



§ 11. ГРАВІТАЦІЙНЕ ПОЛЕ. СИЛА ТЯЖІННЯ. ПЕРША КОСМІЧНА ШВИДКІСТЬ



Шість із восьми планет Сонячної системи були відкриті завдяки спостереженням за зоряним небом. Саме так у 1781 р. англійський астроном *Джон Гершель* відкрив Уран. Утім, планета «поводилася» дивно: її орбіта не відповідала розрахункам, заснованим на законі всесвітнього тяжіння. Учені припустили, що поряд є ще одна планета, яка впливає на рух Урану, та почали шукати її за допомогою... математики.

Розрахувати орбіту нової планети вдалося англійцю *Джону Адамсу* і французу *Урбену Левер'є*. 23 серпня 1846 р. німецький астроном *Йоганн Галле* направив телескоп на місце, вказане Левер'є, і... побачив планету! Нептун — восьма планета Сонячної системи — стала першим космічним об'єктом, відкритим «на кінчику пера». Про закон, який дозволив зробити це відкриття, ви згадаєте в цьому параграфі.



«Місяць упав би на Землю як камінь, щойно зникла б сила його польоту».

Плутарх
(бл. 46 — бл. 127 рр.)



«Тяжіння є взаємним прагненням усіх тіл. Якби Землю і Місяць не утримувала на орбітах їх оживляюча сила, то Земля і Місяць злилися б... Якби на Землі не існувало тяжіння, океани ринули б на Місяць».

Й. Кеплер (1571–1630)



«Дотепер я пояснював небесні явища та припливи наших морів на підставі сили тяжіння, але я не зазначав причин власне тяжіння».

І. Ньютон (1643–1727)



«У наш час тяжіння нікого не дивує — воно стало звичайним незрозумілим явищем».

Е. Мах (1838–1916)

1

Як визначити силу гравітаційного притягання

Гравітаційна взаємодія — взаємодія, яка є властивою всім тілам у Всесвіті та виявляється в їхньому взаємному притяганні одне до одного.

Гравітаційна взаємодія здійснюється за допомогою **гравітаційного поля**, яке існує навколо будь-якого тіла: зорі, планети, людини, молекули тощо.

Отримаємо **закон всесвітнього тяжіння**, йдучи за логікою міркувань І. Ньютона, якому й належить честь відкриття цього закону.

1. Завдяки гравітаційній взаємодії Земля надає всім тілам поблизу її поверхні прискорення $g = F/m$ (другий закон Ньютона). Утім, це прискорення не залежить від маси тіла — це є можливим, якщо сила гравітаційної взаємодії прямо пропорційна масі тіла ($F \sim m$).

2. Два тіла масами m_1 і m_2 взаємодіють із рівними за модулем силами (третій закон Ньютона): $F_1 = F_2 = F$ (рис. 11.1). При цьому $F_1 \sim m_1$, а $F_2 \sim m_2$. Отже, **сила гравітаційної взаємодії двох тіл прямо пропорційна добутку мас цих тіл:**

$$F \sim m_1 \cdot m_2. \quad (1)$$

3. Проаналізувавши рух Місяця навколо Землі та спираючись на закони Кеплера (закони обертання планет навколо Сонця), Ньютон також довів, що *сила гравітаційного притягання двох тіл обернено пропорційна квадрату відстані між ними*: $F \sim \frac{1}{r^2}$ (2).

Об'єднавши висновки (1) і (2), І. Ньютон одержав **закон всесвітнього тяжіння**:

Будь-які два тіла притягуються одне до одного із силою, яка прямо пропорційна добутку мас цих тіл і обернено пропорційна квадрату відстані між ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (3)$$

де G — *гравітаційна стала* (коефіцієнт пропорційності, однаковий для всіх тіл у Всесвіті).

Як і будь-який закон, закон всесвітнього тяжіння має певні *межі застосування* (рис. 11.2).

Уже в XX ст. було з'ясовано: коли гравітаційні поля настільки сильні, що розганяють тіла до швидкостей порядку швидкості світла, або коли частинки, що пролітають поблизу масивних тіл, ще на віддалі мають швидкість, порівнянну зі швидкістю світла, силу гравітаційного притягання не можна розрахувати за законом всесвітнього тяжіння.

У загальному випадку тяжіння описується загальною теорією відносності.

2 Як виміряти гравітаційну сталу

Гравітаційна стала G — одна з фундаментальних констант у фізиці. За сучасними даними, значення гравітаційної сталої становить:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

Із формули (3) випливає: $G = \frac{Fr^2}{m_1 m_2}$. Тобто, якщо

$r = 1$ м, а $m_1 = m_2 = 1$ кг, то G чисельно дорівнює F .

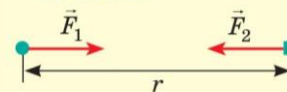
Гравітаційна стала чисельно дорівнює силі гравітаційного притягання двох матеріальних точок масою 1 кг кожна, які перебувають на відстані 1 м одна від одної. У цьому й полягає фізичний зміст гравітаційної сталої.



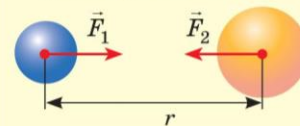
Рис. 11.1. Сили, з якими тіла притягуються одне до одного, рівні за модулем і протилежні за напрямком

Закон всесвітнього тяжіння справджується в таких випадках:

- якщо обидва тіла є матеріальними точками



- якщо обидва тіла мають кулясту форму зі сферичним розподілом речовини



- якщо одне з тіл, що взаємодіють, — куля, розміри та маса якої значно більші, ніж розміри та маса другого тіла

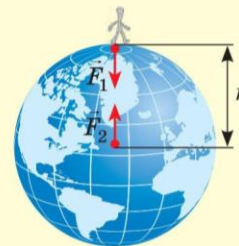
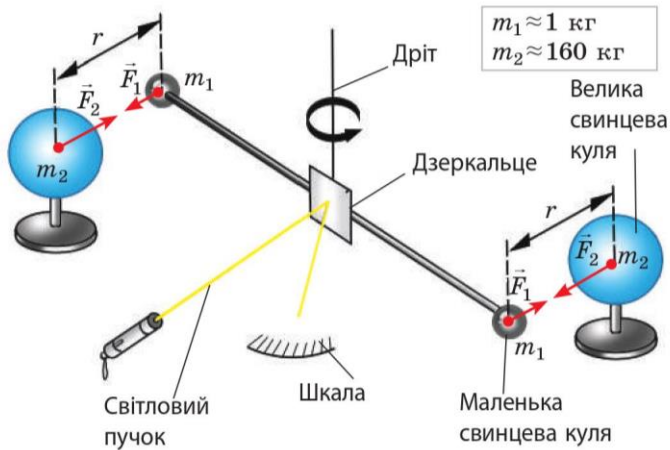


Рис. 11.2. Межі застосування закону всесвітнього тяжіння



1. У результаті притягання куль дріт закручується. Кут закручування дроту реєструють на шкалі за поворотом світлового пучка, який відбивається від дзеркальця.
2. За кутом закручування дроту визначають силу F гравітаційного притягання.
3. Вимірюють відстань r між центрами куль.
4. Знаючи маси m_1 і m_2 куль, обчислюють гравітаційну сталу: $G = F \frac{r^2}{m_1 m_2}$.

Рис. 11.3. Схема одного з перших дослідів Г. Кавендіша

Виміряти гравітаційну сталу доволі складно: гравітаційне притягання між тілами стає помітним лише за дуже великої маси хоча б одного з тіл.

- ❓ Визначте, з якою силою притягуються, наприклад, кулі масою 1 т кожна, розташовані на відстані 1 м одна від одної, і ви зрозумієте, чому ми не помічаємо гравітаційного притягання інших тіл, окрім притягання Землі.

Гравітаційну сталу вперше виміряв англійський учений *Генрі Кавендіш* (1731–1810) у 1798 р. за допомогою крутильних терезів (рис. 11.3).

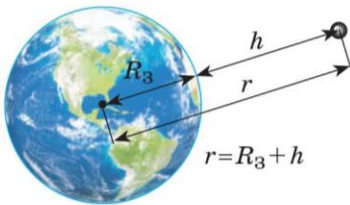
3 Як «зважити» Землю

Дослід Г. Кавендіша ще називають «зважуванням Землі». Тож дізнаємось, як можна виміряти масу Землі і взагалі будь-якої планети. Для цього згадаємо про силу тяжіння.

■ **Сила тяжіння** $\vec{F}_{\text{тяж}}$ — це сила, з якою Земля (або інше астрономічне тіло) притягує до себе тіла, що перебувають на її поверхні або поблизу неї.

Сила тяжіння напрямлена вертикально вниз і прикладена до точки, яку називають *центром тяжіння тіла* (див. § 14).

- Згідно із законом всесвітнього тяжіння модуль сили тяжіння, яка діє на тіло масою m з боку Землі, можна обчислити за формулою:



$$F_{\text{тяж}} = G \frac{mM_3}{(R_3 + h)^2}$$

Тут M_3 — маса Землі; $R_3 + h$ — відстань від центра Землі до тіла (рис. 11.4).

- Згідно з другим законом Ньютона:

$$F_{\text{тяж}} = mg,$$

Рис. 11.4. Відстань r від центра Землі до тіла дорівнює сумі радіуса Землі R_3 та висоти h , на якій перебуває тіло

де g — прискорення вільного падіння на висоті h .

Зрівнявши праві частини поданих виразів, отримаємо формулу для обчислення прискорення вільного падіння:

$$g = G \frac{M_3}{(R_3 + h)^2}$$

Проаналізувавши останню формулу, доходимо кількох висновків.

1. Прискорення вільного падіння не залежить від маси тіла (доведено Г. Галілеєм).

2. Прискорення вільного падіння зменшується в разі підняття тіла над поверхнею Землі (помітна зміна відбувається в разі підняття на десятки й сотні кілометрів).

3. Якщо тіло перебуває на поверхні Землі ($h=0$) або поблизу неї ($h \ll R_3$), прискорення вільного падіння обчислюють за формулою:

$$g_0 = G \frac{M_3}{R_3^2}$$

Поблизу поверхні Землі прискорення вільного падіння відоме ($g_0 = 9,8 \text{ м/с}^2$), отже, можемо визначити масу Землі:

$$M_3 = \frac{g_0 R_3^2}{G}$$

Зазначимо, що через обертання Землі, а також через те, що форма Землі — *геоїд*, прискорення вільного падіння залежить від географічної широти місцевості (рис. 11.5).

4 Що таке перша космічна швидкість і як її обчислити

Уявімо, що ми стріляємо з гармати в горизонтальному напрямку, з кожним пострілом збільшуючи швидкість руху ядра. Ядра рухатимуться по параболі й щоразу падатимуть усе далі. Якщо уявити, що Земля є плоскою, на цьому наш експеримент можна було б і закінчити, але Земля має форму кулі, тому з кожним пострілом вона все більше й більше «йтиме» з-під ядра (рис. 11.6).

Тепер уявімо, що опір повітря відсутній, а ми надали ядру такої великої швидкості, що

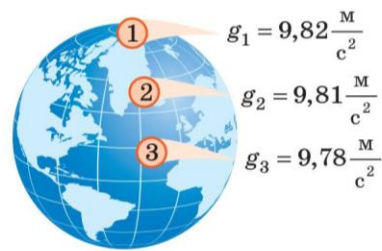


Рис. 11.5. Модуль прискорення вільного падіння на екваторі є трохи меншим, ніж на полюсах

Прискорення вільного падіння в певній місцевості може відрізнятися від його середніх значень на даній широті. Причини — в неоднорідності будови земної кори, наявності гір і западин; у різній густині порід, що залягають у надрах Землі. Так, зменшення прискорення вільного падіння часто свідчить про наявність у надрах торфу, нафти, газу; збільшення — про поклади металевих руд.

Метод пошуку покладів корисних копалин за точним визначенням прискорення вільного падіння називають *гравіметричною розвідкою*.

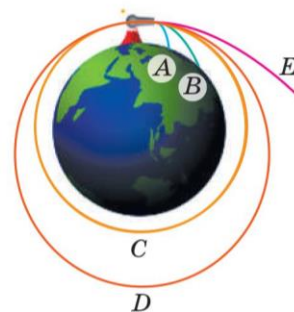


Рис. 11.6. Рух тіла під дією сили тяжіння (за рисунком І. Ньютона): ядра А і В падають на Землю, ядро С виходить на колову орбіту, D — на еліптичну, ядро Е летить у відкритий космос

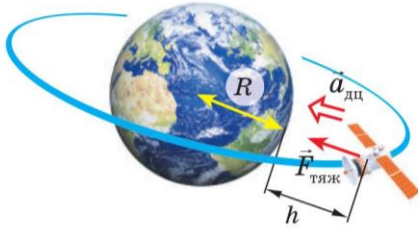


Рис. 11.7. На супутник, що рухається коловою орбітою на висоті h над поверхнею планети, діє одна сила — сила тяжіння $\vec{F}_{\text{тяж}}$, яка і надає супутнику доцентрового прискорення $\vec{a}_{\text{дц}}$

воно облетіло навколо Землі та повернулося до місця пострілу. При цьому ядро не зупиниться, а й далі рухатиметься з незмінною швидкістю, «намотуючи кола» навколо планети. Інакше кажучи, ми отримаємо *штучний супутник Землі*.

Швидкість, яку необхідно надати об'єкту, щоб він рухався біля планети коловою орбітою, називають **першою космічною швидкістю**.

Першу космічну швидкість v можна обчислити, врахувавши, що саме сила тяжіння надає тілу доцентрового прискорення (рис. 11.7). За другим законом Ньютона:

$F_{\text{тяж}} = ma_{\text{дц}}$, де $F_{\text{тяж}} = G \frac{mM}{(R+h)^2}$; $a_{\text{дц}} = \frac{v^2}{R+h}$. Отже, $\frac{GM}{R+h} = v^2$. Звідси отримуємо формулу для обчислення першої космічної швидкості руху супутника

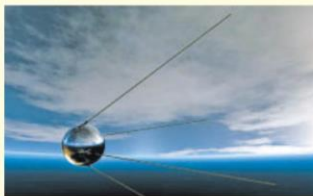
на висоті h над поверхнею планети: $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$ (1).

Для випадків поблизу поверхні Землі ($h \approx 0$) формула (1) набуває ви-

гляду: $v = \sqrt{\frac{GM_3}{R_3}}$ (2). Формулу (2) можна значно спростити, якщо згадати,

що поблизу поверхні Землі $g_0 = G \frac{M_3}{R_3^2}$, тобто $GM_3 = g_0 R_3^2$. Підставивши останній вираз у формулу (2), остаточно маємо: $v = \sqrt{g_0 R_3}$.

Оскільки $g = 9,8 \text{ м/с}^2$, а $R_3 = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$, то $v = \sqrt{9,8 \cdot 6,4 \cdot 10^6} = 7,9 \cdot 10^3 \text{ (м/с)}$ — *перша космічна швидкість поблизу поверхні Землі*.



4 жовтня 1957 р. Радянський Союз вивів на орбіту перший штучний супутник Землі — ПС-1. Його розробили С. П. Корольов, М. В. Келдиш, М. К. Тихонов та інші провідні вчені.

ПС-1 являв собою невелику сферу діаметром лише 58 см і масою 83,6 кг, оснащену чотирма антенами завдовжки 2,4 і 2,9 м для передавання сигналу. Супутник відокремився від другого ступеня ракети-носія на 315-й секунді після старту і майже відразу почав передавати сигнал, який чули не тільки фахівці, а й радіоаматори практично всіх країн. Із цього моменту почався відлік космічної ери людства. «Той маленький вогник, який стрімко рухався від краю й до краю неба... зробив людство безсмертним», — писав американський письменник-фантаст Рей Бредбері.

Протягом 92 діб польоту супутник здійснив 1440 обертів навколо Землі, після чого згорів в атмосфері.

Траєкторію руху супутника на карту зоряного неба першими нанесли спостерігачі Лабораторії космічних досліджень Ужгородського державного університету.



Підбиваємо підсумки

- Взаємодію, яка є властивою всім тілам у Всесвіті й виявляється в їхньому взаємному притяганні одне до одного, називають гравітаційною, а власне явище взаємного притягання тіл — всесвітнім тяжінням або гравітацією.

- Закон всесвітнього тяжіння: будь-які два тіла притягуються одне до одного із силою, яка прямо пропорційна добутку мас цих тіл і обернено пропорційна квадрату відстані між ними: $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$, де $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ — гравітаційна стала.

- Силу, яка характеризує гравітаційну взаємодію тіл із Землею (або з іншим астрономічним тілом), називають силою тяжіння. Сила тяжіння напрямлена вертикально вниз і прикладена до центра тяжіння тіла. Модуль сили тяжіння можна обчислити за формулами: $F_{\text{тяж}} = G \frac{mM_3}{(R_3 + h)^2}$; $F_{\text{тяж}} = mg$.

- Швидкість v , яку необхідно надати об'єкту, щоб він рухався біля планети коловою орбітою, називають першою космічною швидкістю: $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$.



Контрольні запитання

1. Наведіть приклади гравітаційної взаємодії.
2. Доведіть, що сила всесвітнього тяжіння прямо пропорційна добутку мас тіл.
3. Сформулюйте й запишіть закон всесвітнього тяжіння.
4. Яким є фізичний зміст гравітаційної сталої? Хто і як з'ясував її значення?
5. Якими є межі застосування закону всесвітнього тяжіння?
6. Дайте означення сили тяжіння. За якими формулами її обчислюють і як вона напрямлена?
7. Як розрахувати прискорення вільного падіння? Від яких чинників воно залежить?
8. Чому тіло, кинуте горизонтально, може так і не впасти на Землю?
9. Дайте означення першої космічної швидкості. Отримайте формулу для її обчислення.



Вправа № 11

1. Ви надали тілу біля поверхні Землі швидкості 8 км/с. Чи повернеться тіло до вас, облетівши навколо Землі? Обґрунтуйте свою відповідь.
2. Оцініть силу гравітаційної взаємодії між вами і сусідкою або сусідом по парті. Поясніть, чому пропонується саме «оцінити», а не «обчислити».
3. Як зміниться сила притягання між двома кульками, якщо одну з них замінити іншою, утричі більшої маси? утричі збільшити відстань між ними?
4. У скільки разів прискорення вільного падіння на висоті $6R_3$ менше, ніж на поверхні Землі?
5. Визначте масу Сонця, вважаючи, що орбіта Землі є колом і що радіус земної орбіти дорівнює $1,5 \cdot 10^{11}$ м (1 астрономічна одиниця).
6. Визначте період обертання та радіус колової орбіти першого штучного супутника Землі.
7. Скористайтеся додатковими джерелами інформації та дізнайтеся про життя і діяльність видатного українського радянського вченого в галузі ракетобудування та космонавтики С. П. Корольова (див. рисунок).



Сергій Корольов (справа) і перша у світі жінка-космонавт Валентина Терешкова, 1963 р.