



§ 14. РІВНОВАГА ТІЛ. МОМЕНТ СИЛИ



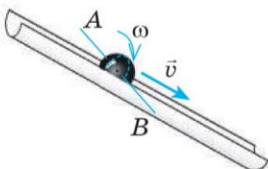
Уявіть, що вам потрібно взяти книжку на верхній полиці. Підставивши стілець, ви стаєте на нього навшпиньки і... не втримуєте рівноваги. А от неваляйка з дивовижним завзяттям повертається у вертикальне положення і ніколи не втрачає рівноваги! Що таке рівновага і за яких умов реальне тіло (а не його модель — матеріальна точка) перебуває в рівновазі?



1

Що таке рівновага тіла

Рівновага тіла — це збереження стану руху або стану спокою тіла з плином часу. Що означає *збереження стану руху*? Щоб це з'ясувати, дамо означення *поступального* та *обертального рухів*.

Поступальний рух	Обертальний рух
Рух тіла, за якого всі точки тіла рухаються однаково.	Рух тіла, за якого всі точки тіла рухаються по колах, центри яких розташовані на одній прямій лінії — на <i>осі обертання</i> .
 Рух кульки, яка скочується похилим жолобом, є <i>складним</i> — його можна розкласти на <i>два прості рухи</i>: • <i>обертальний</i> відносно осі AB із деякою кутовою швидкістю ω; • <i>поступальний</i> зі швидкістю $\vec{v}$, яка дорівнює швидкості руху точок кульки, що лежать на осі AB. Кулька <i>зберігатиме стан руху</i> — <i>перебуватиме в рівновазі</i>, якщо швидкості її поступального та обертального рухів залишатимуться <i>незмінними</i>.	

2

Центр мас тіла

Якщо до нерухомого тіла прикласти деяку силу, то зазвичай тіло почне повертатися й одночасно рухатися поступально. Але через деякий час обертальний рух тіла припиниться і тіло почне рухатися тільки поступально. Це відбудеться тоді, коли лінія дії сили пройде через *центр мас тіла*.

Центр мас тіла — це точка перетину прямих, уздовж яких напрямлені сили, кожна з яких спричиняє тільки поступальний рух тіла (рис. 14.1).

Якщо розміри тіла набагато менші від радіуса Землі, то *центр мас тіла збігається з центром тяжіння*. Нагадаємо: *центр тяжіння симетричних фігур розташований у їх геометричному центрі*; *центр тяжіння трикутника — у точці перетину його медіан*.

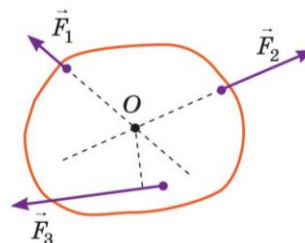


Рис. 14.1. Сили $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ спричиняють тільки поступальний рух тіла, адже лінії дії цих сил проходять через центр мас тіла (точка O); сила $\vec{F}_3$ крім поступального спричиняє також обертальний рух тіла

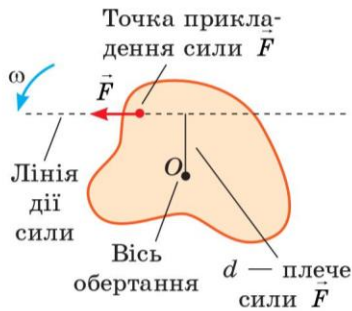


Рис. 14.2. Тіло обертається проти ходу годинникової стрілки відносно осі, що проходить через точку O

Про деякі методи визначення центра мас плоских фігур неправильної геометричної форми ви дізнаєтеся в ході лабораторної роботи № 4.

3 Згадуємо момент сили

Момент сили M — це фізична величина, що дорівнює добутку модуля сили F , яка діє на тіло, на плече d цієї сили:

$$M = Fd$$

Одиниця моменту сили в СІ — **ньютон-метр**: $[M] = 1 \text{ Н} \cdot \text{м} (\text{Nm})$.

Плече d сили F — це найменша відстань від осі обертання тіла до лінії, вздовж якої діє сила $\vec{F}$ (рис. 14.2).

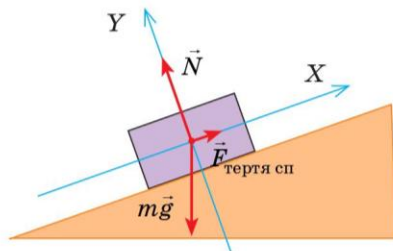
Зображена на рис. 14.2 сила $\vec{F}$ обертає тіло *проти ходу годинникової стрілки* — момент такої сили прийнято вважати *додатним*. Якщо сила обертає (або намагається обертати) тіло *за ходом годинникової стрілки*, то момент такої сили вважають *від'ємним*. Зазвичай на тіло діють кілька сил, моменти яких можуть бути як додатними, так і від'ємними, а можуть дорівнювати нулю.

3 За яких умов тіло перебуває в рівновазі

- Якщо тіло може рухатися тільки поступально (не може обертатися), то відповідно до закону інерції таке тіло перебуває в рівновазі, якщо рівнодійна сил, прикладених до тіла, дорівнює нулю:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$$

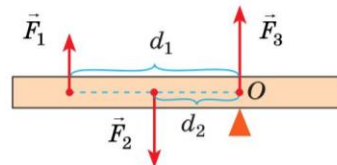
Приклад. Розташоване на похилій площині тіло перебуває у стані рівноваги, якщо сили, що діють на нього, скомпенсовані: $\vec{F}_{\text{тертя}} + \vec{N} + m\vec{g} = 0$.



- Якщо тіло може тільки обертатися (має нерухому вісь обертання), то відповідно до правила моментів таке тіло перебуває в рівновазі, якщо алгебраїчна сума моментів сил, що діють на тіло, дорівнює нулю:

$$M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0$$

Приклад. Важіль перебуває в рівновазі, якщо сума моментів сил, що діють на нього, дорівнює нулю: $M_1 + M_2 + M_3 = 0$, де $M_1 = -F_1 d_1$, $M_2 = F_2 d_2$ (сила $\vec{F}_1$ повертає важіль за ходом годинникової стрілки, сила $\vec{F}_2$ — проти ходу годинникової стрілки); $M_3 = 0$ (оскільки $d_3 = 0$).

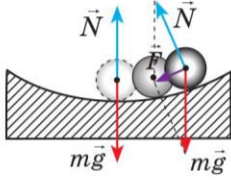
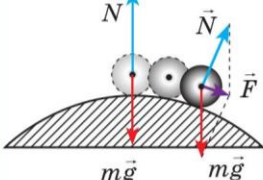
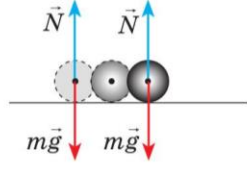
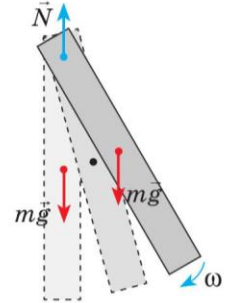
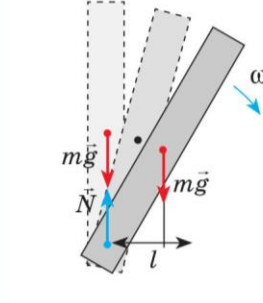
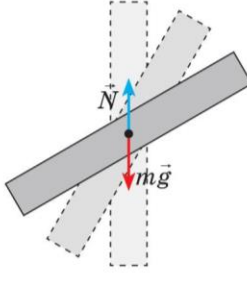


- Якщо тіло може рухатися поступально, а також обертатися навколо деякої осі, то це тіло перебуватиме в рівновазі, якщо дотримано обох умов рівноваги: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$; $M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0$

4

Види рівноваги

Розрізняють три види рівноваги тіл: *стійка рівновага, нестійка рівновага, байдужа рівновага.*

Стойка рівновага	Нестойка рівновага	Байдужа рівновага
У разі малих відхилень від положення рівноваги тіло довільно повертається в початкове положення	У разі малих відхилень від положення рівноваги тіло ще більше відхиляється від початкового положення	У разі малих відхилень від положення рівноваги тіло залишається у своєму новому положенні
		
Рівнодійна напрямлена до положення рівноваги	Рівнодійна напрямлена від положення рівноваги	Рівнодійна дорівнює нулю
		
Сили скомпенсовані, але момент сили $m\vec{g}$ повертає тіло до положення рівноваги	Сили скомпенсовані, але момент сили $m\vec{g}$ ще більше відхиляє тіло	Сили скомпенсовані, сума моментів цих сил дорівнює нулю

Зверніть увагу! Тіло, що має нерухому вісь обертання, перебуватиме в стані *стійкої рівноваги*, якщо *центр тяжіння тіла розташований нижче від точки опори або підвісу.*

На практиці ми часто маємо справу з випадками рівноваги тіл, які спираються на кілька точок або на поверхню: людина спирається на ноги, стіл і стілець — на ніжки, автомобіль — на колеса, будинок — на фундамент і т. д. (див., наприклад, [рис. 14.3](#)).

Тіло, яке спирається на горизонтальну площину, перебуває у стані

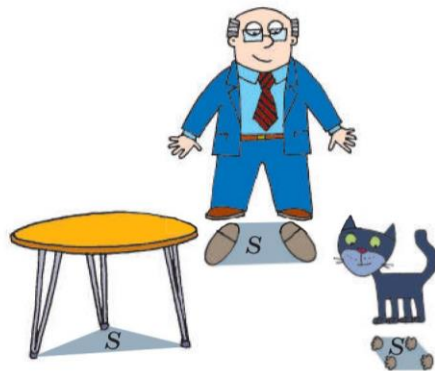


Рис. 14.3. Площа опори деяких об'єктів (позначена S)

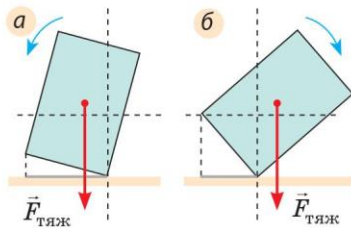


Рис. 14.4. Якщо лінія дії сили тяжіння проходить у межах площі опори, рівновага стійка (а), якщо поза площею опори, рівновага тіла порушується — тіло падає (б)

стійкої рівноваги, якщо вертикальна лінія, проведена через центр тяжіння тіла, проходить у межах площі опори (рис. 14.3, 14.4, а).

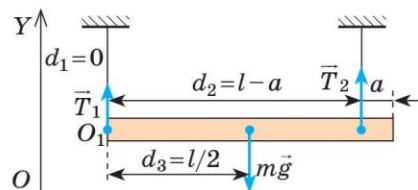
Є очевидним: чим нижче розташований центр тяжіння тіла і чим більша площа опори тіла, тим стійкішим буде це тіло. Саме тому фундаменти верстатів роблять широкими та масивними, швидкісні боліди мають дуже низьку посадку, людина і тварина, щоб набути стійкого положення, розставляють і трохи згинають ноги (лапи). Щоб збільшити площу опори, літня людина під час ходьби використовує палицю.

5

Учимося розв'язувати задачі

Задача. Однорідну рейку завдовжки $l = 10$ м і масою 900 кг піднімають на двох паралельних тросах. Визначте сили натягу тросів, якщо один закріплений на кінці рейки, а другий — на відстані $a = 1$ м від іншого кінця рейки.

Аналіз фізичної проблеми. Виконаємо пояснювальний рисунок, де позначимо сили, що діють на рейку (сили $\vec{T}_1$ і $\vec{T}_2$ натягу тросів і силу тяжіння $m\vec{g}$). Оберемо за вісь обертання вісь, яка проходить, наприклад, через точку O_1 (цю точку можна обирати довільно), та позначимо плечі сил: $d_1 = 0$, $d_2 = l - a$, $d_3 = l/2$.



Дано:

$l = 10$ м

$m = 900$ кг

$a = 1$ м

T_1 — ?

T_2 — ?

Пошук математичної моделі, розв'язання

Запишемо дві умови рівноваги тіла:
$$\begin{cases} \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + m\vec{g} = 0, \\ M_1 + M_2 + M_3 = 0. \end{cases}$$

Тут $M_1 = 0$, оскільки $d_1 = 0$; $M_2 = T_2(l - a)$ — сила $\vec{T}_2$ намагається повернути рейку проти ходу годинникової стрілки; $M_3 = -mgl/2$ — сила тяжіння намагається повернути рейку за ходом годинникової стрілки.

Спроекуємо перше рівняння на вісь OY , підставимо вирази для моментів сил і отримаємо систему лінійних рівнянь:
$$\begin{cases} T_1 + T_2 - mg = 0, \\ T_2(l - a) - mgl/2 = 0. \end{cases}$$

Знайдемо T_2 із другого рівняння системи: $T_2(l - a) = \frac{mgl}{2} \Rightarrow T_2 = \frac{mgl}{2(l - a)}$.

Знайдемо T_1 із першого рівняння системи: $T_1 = mg - T_2$.

Перевіримо одиницю, знайдемо значення шуканих величин:

$$[T_2] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2 \cdot \text{м}}{\text{м}} = \text{Н}; \quad T_2 = \frac{900 \cdot 10 \cdot 10}{2 \cdot (10 - 1)} = 5000 \text{ (Н)}.$$

$$[T_1] = \text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2 - \text{Н} = \text{Н}; \quad T_1 = 900 \cdot 10 - 5000 = 4000 \text{ (Н)}.$$

Аналіз результатів. Перший трос діє на рейку з меншою силою, оскільки ця сила прикладена далі від центра тяжіння тіла. Результат реальний.

Відповідь: $T_1 = 4$ кН; $T_2 = 5$ кН.



Підбиваємо підсумки

- Рівновага тіла — це збереження стану руху або спокою тіла з плином часу. Збереження стану руху означає, що швидкості поступального та обертального рухів тіла залишаються незмінними.

- Тіло перебуватиме в рівновазі, якщо дотримано двох умов рівноваги:

- рівнодійна сил, прикладених до тіла, дорівнює нулю: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$;
- сума моментів усіх сил, що діють на тіло, дорівнює нулю: $M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0$.

- Розрізняють стійку, нестійку, байдужу рівноваги тіл. Незначно відхилене від положення, рівноваги тіло в разі стійкої рівноваги повертається у вихідне положення; в разі нестійкої — ще більше відхиляється від вихідного положення, в разі байдужої — залишається у своєму новому положенні.



Контрольні запитання

- Що називають рівновагою тіла?
- Дайте означення центра мас.
- Охарактеризуйте момент сили як фізичну величину.
- За яких умов тіло перебуває в рівновазі?
- Яку рівновагу тіл називають стійкою? нестійкою? байдужою?
- Коли тіло, що спирається на горизонтальну площину, перебуває у стані стійкої рівноваги?



Вправа № 14

- У положенні якої рівноваги перебувають тіла на рис. 1?
- Коли людина несе важкий вантаж на спині, то нахилиється вперед, а коли несе вантаж перед собою, відхиляється назад. Чому?
- Чому в разі значного нахилу судно може перевернутися (рис. 2)? Де краще розташувати вантаж (у трюмі чи на палубі), щоб судно було більш стійким?

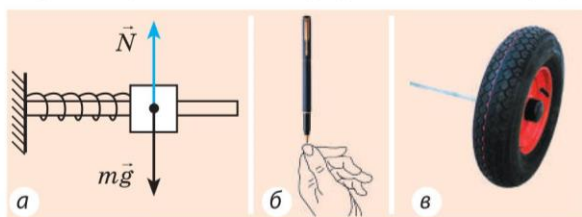


Рис. 1

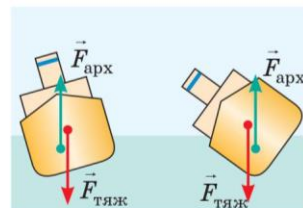


Рис. 2

- Дошка масою 10 кг підперта на відстані 1/4 її довжини. Яку силу перпендикулярно до дошки потрібно прикласти до її короткого кінця, щоб утримати дошку в горизонтальному положенні?
- Драбина спирається на гладеньку вертикальну стіну. Коефіцієнт тертя між ніжками драбини і підлогою 0,4. Який найбільший кут може утворити драбина зі стіною? Центр тяжіння драбини розташований посередині драбини.
- Чому лавка перевернулася (рис. 3)? Складіть задачу, задайте масу тіл. Якою повинна бути маса професора, щоб лавка залишилася нерухомою?



Рис. 3



Експериментальне завдання

Зчепивши дві виделки, закріпіть їх на одному кінці сірника, а другий кінець сірника розташуйте на вістрі циркуля, як показано на рис. 4. Поясніть, чому виделки не падають. Скориставшись додатковими джерелами інформації, знайдіть ще кілька цікавих дослідів на рівновагу тіл і виконайте їх.

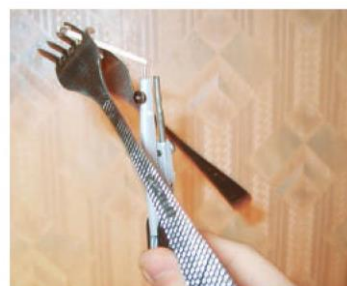


Рис. 4