



§ 16. ПОТЕНЦІАЛЬНА ЕНЕРГІЯ. ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ МЕХАНІЧНОЇ ЕНЕРГІЇ



Піднятий на деяку висоту важкий молот не має кінетичної енергії, бо швидкість його руху дорівнює нулю. Проте, якщо молот відпустити, він виконає роботу, наприклад розплющить метал. Натягнута тятєва лука теж не має кінетичної енергії, але, випрямляючись, тятєва надасть швидкості стрілі, а отже, виконає роботу. І деформоване тіло, і тіло, підняте над поверхнею Землі, здатні виконати роботу, тобто мають енергію. Що це за енергія і як її обчислити?

1

Коли тіло має потенціальну енергію

Механічна енергія E — це фізична величина, яка характеризує здатність тіла (системи тіл) виконати роботу.

Одиниця енергії в СІ (як і роботи) — джоуль $[E]=1$ Дж (J).

Будь-яке тіло, що рухається, може виконати роботу, оскільки воно має кінетичну енергію, або «живу силу», як її називали раніше. Є ще один вид механічної енергії — її називали «мертва сила». Це — *потенціальна енергія* (від латин. *potentia* — сила, можливість), — енергія, яку має тіло в результаті взаємодії з іншими тілами.

Потенціальна енергія E_p — це енергія, яку має тіло внаслідок взаємодії з іншими тілами або внаслідок взаємодії частин тіла між собою.

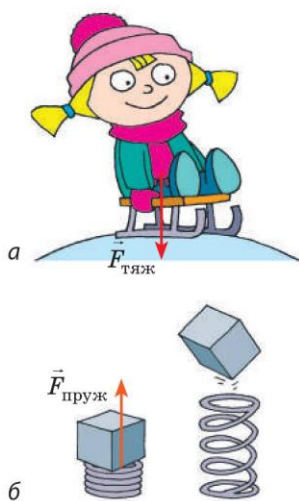


Рис. 16.1. І дівчинка внаслідок взаємодії із Землею (а), і стиснена пружина внаслідок взаємодії її витків (б) мають потенціальну енергію

Дівчинка на вершині гірки (рис. 16.1, а) має потенціальну енергію, бо в результаті взаємодії із Землею може почати рух і сила тяжіння виконає роботу. Але як обчислити цю роботу, адже гірка нерівна й тому протягом усього часу руху кут між напрямком сили тяжіння і напрямком переміщення змінюватиметься?

Стиснена пружина (рис. 16.1, б) теж має потенціальну енергію, оскільки при розпрямленні пружини сила пружності виконає роботу — підкине цеглину. Але як обчислити цю роботу, адже під час дії пружини на цеглину сила пружності безперервно зменшується?

Виявляється, все не так складно. І сила тяжіння, і сила пружності мають одну «чудову» властивість — робота цих сил не залежить від форми траєкторії.

Сили, робота яких не залежить від форми траєкторії, а визначається тільки початковим і кінцевим механічними станами тіла (системи тіл), називають **консервативними**, або **потенціальними, силами** (від латин. *conservare* — зберігати, охороняти).

2

Потенціальна енергія піднятого тіла

Доведемо, що сила тяжіння є консервативною силою. Для цього визначимо роботу сили тяжіння під час руху тіла з точки K у точку B різними траєкторіями.

Випадок 1. Нехай траєкторія руху тіла — «сходінка» (рис. 16.2, а): спочатку тіло падає з деякої висоти h_0 до висоти h і сила тяжіння виконує роботу A_1 , потім тіло рухається горизонтально і сила тяжіння виконує роботу A_2 . Робота — величина адитивна, тому загальна робота $A = A_1 + A_2$.

$A_1 = F_{\text{тяж}} s_1 \cos \alpha$, де $F_{\text{тяж}} = mg$, $s_1 = h_0 - h$, $\cos \alpha = 1$ ($\alpha = 0$), тому $A_1 = mg(h_0 - h) = mgh_0 - mgh$; $A_2 = 0$, оскільки сила тяжіння перпендикулярна до переміщення тіла. Отже:

$$A = mgh_0 - mgh.$$

Випадок 2. Нехай тіло переміщується з точки K у точку B , зісковзуючи похилою площиною (рис. 16.2, б). У цьому випадку робота сили тяжіння становить: $A = mgs \cos \alpha = mg(h_0 - h) = mgh_0 - mgh$.

Той самий результат отримаємо й для випадків переміщення тіла довільною траєкторією.

Отже, робота сили тяжіння не залежить від траєкторії руху тіла, тобто сила тяжіння — консервативна сила.

Величину mgh називають **потенціальною енергією піднятого тіла**:

$$E_p = mgh$$

Потенціальна енергія піднятого тіла залежить від висоти, на якій перебуває тіло, тобто залежить від вибору нульового рівня, — рівня, від якого буде відлічуватися висота. Нульовий рівень обирають з міркувань зручності. Так, перебуваючи в кімнаті, за нульовий рівень доцільно взяти підлогу, визначаючи висоту гори — поверхню Світового океану. *Зверніть увагу! Зміна потенціальної енергії, а отже, і робота сили тяжіння від вибору нульового рівня не залежать.*

3

Потенціальна енергія пружно деформованого тіла

Нехай є пружно деформоване тіло, наприклад розтягнута пружина. Визначимо роботу, яку виконає сила пружності під час зменшення видовження пружини від x_0 до x (рис. 16.3).

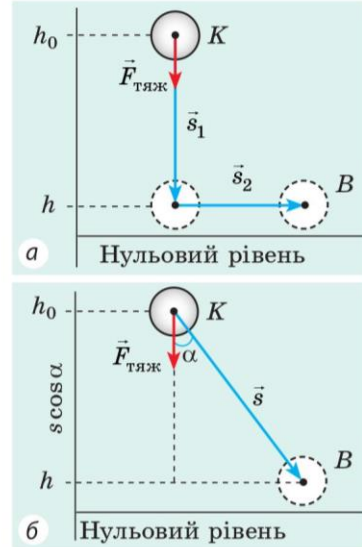


Рис. 16.2. У випадку переміщення тіла з висоти h_0 до висоти h робота сили тяжіння, незалежно від траєкторії руху тіла, визначається за формулою:
 $A = mgh_0 - mgh$

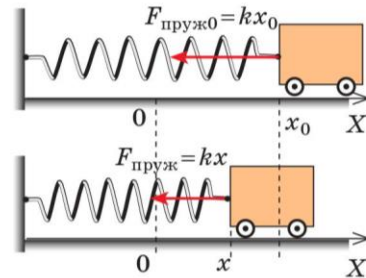


Рис. 16.3. Якщо пружину звільнити, то, стискаючись, вона виконає роботу (надасть руху візку), при цьому деформація пружини зменшиться

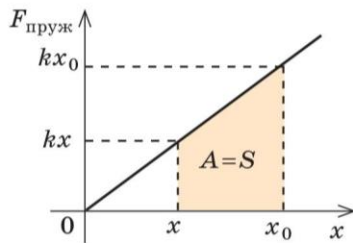


Рис. 16.4. Сила пружності лінійно залежить від видовження ($F_{\text{пруж}} = kx$), тому графік залежності $F_{\text{пруж}}(x)$ — відрізок прямої, а робота сили пружності чисельно дорівнює площі трапеції під графіком

Для цього скористаємося геометричним змістом механічної роботи (рис. 16.4):

$$A = \frac{kx_0 + kx}{2} (x_0 - x) \Rightarrow A = \frac{kx_0^2}{2} - \frac{kx^2}{2}.$$

Отже, робота сили пружності визначається тільки початковим і кінцевим станами пружини, тобто сила пружності — консервативна сила. Величину $kx^2/2$ називають **потенціальною енергією пружно деформованого тіла**:

$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$

Робота сили пружності (як і робота сили тяжіння) дорівнює зміні потенціальної енергії тіла, взятій із протилежним знаком:

$$A = E_{p0} - E_p = -\Delta E_p$$

Останній вираз — математичний запис **теорему про потенціальну енергію**: робота всіх консервативних сил, які діють на тіло, дорівнює зміні потенціальної енергії тіла, взятій із протилежним знаком.

Стан із меншою потенціальною енергією є енергетично вигідним; будь-яка замкнена система прагне перейти в такий стан, у якому її потенціальна енергія є мінімальною, — у цьому полягає **принцип мінімуму потенціальної енергії**. Дійсно, камінь, випущений з руки, ніколи не полетить угору — він падатиме, прагнучи досягнути стану з найменшою потенціальною енергією. Недеформована пружина ніколи не почне розтягуватись або стискатись сама, а деформована прагне перейти в недеформований стан.

4

Закон збереження повної механічної енергії

Часто тіло чи система тіл мають і потенціальну, і кінетичну енергії.

Суму кінетичної і потенціальної енергій системи називають **повною механічною енергією системи тіл** (рис. 16.5):

$$E = E_k + E_p$$

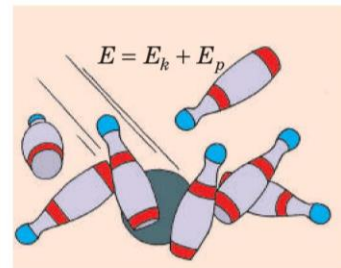
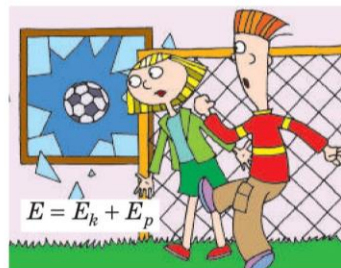
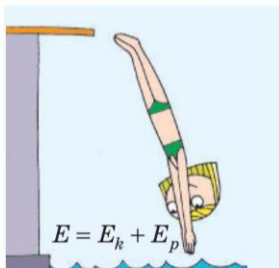


Рис. 16.5. Повна механічна енергія E системи тіл дорівнює сумі потенціальної енергії E_p (визначається взаємним розташуванням тіл системи) і кінетичної енергії E_k (визначається швидкістю руху тіл системи)

Розглянемо замкнену систему тіл, які взаємодіють одне з одним *тільки консервативними силами* (силами тяжіння або силами пружності). Згідно з теоремою про потенціальну енергію робота A , виконувана цими силами, дорівнює: $A = E_{p0} - E_p$. З іншого боку, відповідно до теореми про кінетичну енергію *ця сама робота* дорівнює: $A = E_k - E_{k0}$. Зрівнявши праві частини рівностей, отримаємо **закон збереження повної механічної енергії**:

■ У замкненій системі тіл, які взаємодіють тільки консервативними силами, повна механічна енергія залишається незмінною (зберігається):

$$E_{p0} + E_{k0} = E_p + E_k$$

Закон збереження повної механічної енергії передбачає *перетворення кінетичної енергії на потенціальну й навпаки* (рис. 16.6). Однак чи зберігається при цьому повна механічна енергія? Наш досвід підказує, що ні.

Річ у тім, що *закон збереження повної механічної енергії виконується тільки в тому випадку, якщо в системі відсутнє тертя*. Однак у природі не існує рухів, які не супроводжуються тертям. Сила тертя завжди напрямлена проти руху тіла, тому під час руху вона виконує від'ємну роботу, при цьому повна механічна енергія системи зменшується:

$$A_{\text{тертя}} = E - E_0 = \Delta E ,$$

де $A_{\text{тертя}}$ — робота сили тертя; E — повна механічна енергія системи наприкінці спостереження; E_0 — повна механічна енергія системи на початку спостереження.

Втрати енергії спостерігаються й у випадку непружного удару.

Тож у разі наявності тертя або в разі непружної деформації енергія безслідно зникає? Здавалося б, так. Однак вимірювання показують, що і внаслідок тертя, і внаслідок непружного удару температура тіл, що взаємодіють, збільшується, тобто збільшується їх внутрішня енергія. Отже, кінетична енергія не зникає, а перетворюється на внутрішню енергію.

Енергія нікуди не зникає й нізвідки не з'являється: вона лише перетворюється з одного виду на інший, передається від одного тіла до іншого.

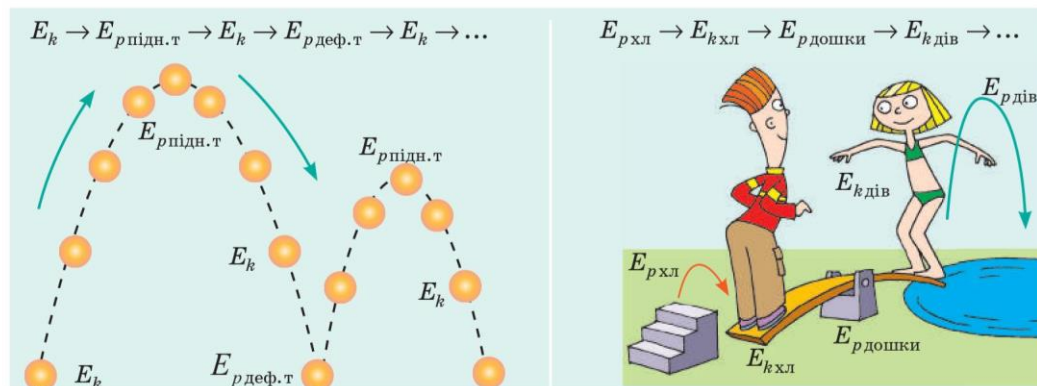


Рис. 16.6. Перетворення одного виду механічної енергії на інший вид спостерігаються всюди

Алгоритм розв'язування задач із застосуванням закону збереження механічної енергії

1. Прочитайте умову задачі. З'ясуйте, чи є система замкненою, чи можна знехтувати дією сил опору. Запишіть коротку умову задачі.
2. Виконайте пояснювальний рисунок, на якому позначте нульовий рівень, початковий і кінцевий стани тіла (системи тіл).
3. Запишіть закон збереження і перетворення механічної енергії. Конкретизуйте цей запис, скориставшись даними, наведеними в умові задачі, та відповідними формулами для визначення енергії.
4. Розв'яжіть отримане рівняння відносно невідомої величини.
5. Перевірте одиницю, знайдіть значення шуканої величини.
6. Проаналізуйте результат, запишіть відповідь.

5 Учимося розв'язувати задачі

Задача. Знайдіть мінімальну швидкість, яку слід надати підвішеній на нитці кульці, за якої вона зможе здійснити повний оберт у вертикальній площині. Довжина нитки дорівнює 0,5 м; опором повітря знехтуйте.

Аналіз фізичної проблеми

- Опором повітря нехтуємо, тому система «кулька — нитка — Земля» є замкненою і можна скористатися законом збереження механічної енергії.
- За нульовий рівень оберемо найнижче положення кульки.
- У найвищій точці траєкторії кулька має певну швидкість, інакше вона не продовжила б обертатися, а почала б падати вертикально вниз.
- Для визначення швидкості руху кульки в найвищій точці траєкторії скористаємося означенням доцентрового прискорення та другим законом Ньютона.
- Необхідно знайти мінімальну швидкість руху кульки в момент поштовху, тому зрозуміло, що в найвищій точці траєкторії нитка натягнута не буде, тобто сила її натягу дорівнюватиме нулю.

Дано:
 $l = 0,5 \text{ м}$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$
 $v_0 = ?$

Розв'язання. На рисунку зазначимо положення кульки в найвищій і найнижчій точках траєкторії; сили, які діють на кульку в найвищій точці; напрямок прискорення. За законом збереження механічної енергії:

$$E_{k0} + E_{p0} = E_k + E_p.$$

$$\left. \begin{aligned} E_{k0} &= \frac{mv_0^2}{2}, \\ E_{p0} &= 0; \end{aligned} \right| \left. \begin{aligned} E_k &= \frac{mv^2}{2}, \\ E_p &= mgh = mg \cdot 2l; \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} + 0 = \frac{mv^2}{2} + 2mgl \Rightarrow v_0^2 = v^2 + 4gl \quad (1).$$

За другим законом Ньютона: $mg = ma_{\text{дц}} \Rightarrow g = a_{\text{дц}}$.

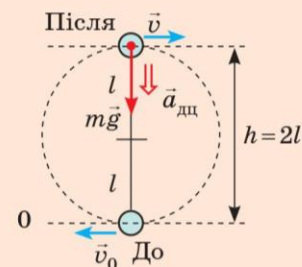
Оскільки $a_{\text{дц}} = \frac{v^2}{r}$, а $r = l$, маємо: $\frac{v^2}{l} = g$, тобто $v^2 = lg \quad (2)$.

Підставимо вираз (2) у вираз (1): $v_0^2 = gl + 4gl = 5gl$. Отже, $v_0 = \sqrt{5gl}$.

Перевіримо одиницю, знайдемо значення шуканої величини:

$$[v_0] = \sqrt{\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad v_0 = \sqrt{5 \cdot 10 \cdot 0,5} = \sqrt{25} = 5 \text{ (м/с)}.$$

Відповідь: $v_0 = 5 \text{ м/с}$.





Підбиваємо підсумки

- Механічна енергія E — це фізична величина, яка характеризує здатність тіла (системи тіл) виконати роботу. Повна механічна енергія системи тіл складається з кінетичних енергій руху тіл цієї системи і потенціальних енергій їх взаємодій: $E = E_k + E_p$.
- Потенціальна енергія — це енергія, яку має тіло внаслідок взаємодії з іншими тілами або внаслідок взаємодії частин тіла між собою. Потенціальна енергія піднятого тіла обчислюється за формулою $E_p = mgh$, пружно деформованого тіла — за формулою $E_p = kx^2/2$.
- Сила пружності та сила тяжіння — консервативні (потенціальні) сили: робота цих сил не залежить від форми траєкторії та дорівнює зміні потенціальної енергії тіла, взятій із протилежним знаком: $A = E_{p0} - E_p = -\Delta E_p$.
- У замкненій системі тіл, які взаємодіють тільки консервативними силами, повна механічна енергія залишається незмінною (зберігається): $E_{p0} + E_{k0} = E_p + E_k$.



Контрольні запитання

1. Дайте означення механічної енергії; потенціальної енергії. 2. Доведіть, що робота сили тяжіння не залежить від форми траєкторії. 3. За якою формулою визначають потенціальну енергію пружно деформованого тіла? 4. У чому полягає принцип мінімуму потенціальної енергії? Наведіть приклади на його підтвердження. 5. За яких умов виконується закон збереження повної механічної енергії? 6. Наведіть приклади, коли повна механічна енергія не зберігається. Що можна сказати про повну енергію системи?



Вправа № 16

1. Людина підняла відро з піском масою 15 кг на висоту 6 м, а потім повернула його назад. Чи виконала при цьому роботу сила тяжіння? Якщо так, то обчисліть її.
2. Доведіть, що у випадку, коли тіло рухається замкненою траєкторією, робота консервативних сил дорівнює нулю.
3. Тіло масою 1 кг має потенціальну енергію 20 Дж. На яку висоту над Землею піднято тіло, якщо за нульовий рівень потенціальної енергії прийнято точку на поверхні Землі?
4. Пружинний пістолет заряджають кулькою та стріляють угору. Які при цьому відбуваються перетворення енергії?
5. Камінь, що доти перебував у стані спокою, падає з висоти 20 м. На якій висоті швидкість руху каменя дорівнюватиме 10 м/с? Із якою швидкістю камінь упаде на землю? Опором повітря знехтуйте.
6. До горизонтальної пружини, стиснутої на 4 см, прикріплено візок масою 400 г. Визначте максимальну швидкість руху візка по столу після вивільнення пружини, якщо жорсткість пружини 250 Н/м. Втрати енергії не враховуйте.
7. Велосипедист, який рухався зі швидкістю 9 км/год, різко зупиняється. Яку роботу виконує при цьому сила тертя? Куди «зникає» механічна енергія велосипедиста? Визначте гальмівний шлях велосипедиста, якщо середня сила тертя — 400 Н. Маса велосипедиста разом із велосипедом — 80 кг.
8. Існує небезпечне явище природи — селі у горах (потік каміння та грязі). Чому при цьому важкі валуни можуть набирати величезну швидкість? Скористайтесь додатковими джерелами інформації та дізнайтеся про селі більше.