

## § 25. НАСЛІДКИ ПОСТУЛАТІВ СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ

«Вік існування речей лишається тим самим незалежно від того, чи швидкі їх рухи, чи повільні, а чи їх немає взагалі»,— писав І. Ньютон. Творці класичної механіки вважали цілком очевидним, що і час, і розміри тіла абсолютні й не залежать від швидкості його руху. З'ясуємо, чи так це очевидно з погляду релятивістської механіки.

### 1 Чи змінюються лінійні розміри предметів під час їхнього руху

Довжиною стрижня називають відстань між його кінцями, координати яких зафіксовані *одночасно* (за годинником тієї системи, в якій вимірюється довжина). Оскільки одночасність двох подій відносна, то й довжина стрижня буде різною в різних СВ.

Нехай стрижень перебуває у спокої в СВ  $K'$ , яка рухається з деякою швидкістю  $v$  відносно СВ  $K$ . Якщо стрижень розташовано вздовж лінії руху системи  $K'$ , то згідно з теорією відносності має місце *лоренцеве скорочення довжини* (рис. 25.1):

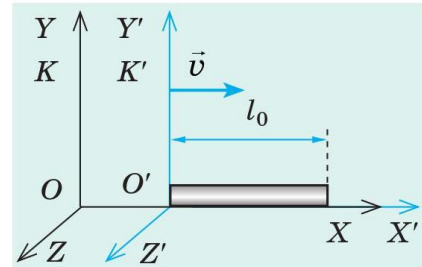
$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

де  $l_0$  — довжина стрижня в СВ  $K'$ , відносно якої стрижень перебуває у спокої;  $l$  — довжина стрижня в СВ  $K$ , відносно якої стрижень рухається.

*Зверніть увагу!*

1. *Розміри тіла зменшуються тільки вздовж його руху: якщо стрижень розташований вздовж свого руху, то його довжина зменшується, а от діаметр залишається незмінним.*

2. *Релятивістський ефект скорочення довжини стає помітним тільки у випадку руху тіла зі швидкістю, яка порівнянна зі швидкістю поширення світла: навіть якщо ракета рухається з другою космічною швидкістю ( $v = 11,2$  км/с — найменша швидкість, яку слід надати ракеті, щоб*



**Рис. 25.1.** Довжина  $l$  стрижня в СВ  $K$ , відносно якої стрижень рухається, є меншою від «власної» довжини  $l_0$  стрижня — довжини стрижня в СВ  $K'$ , відносно якої стрижень перебуває у спокої

вона пододала притягання Землі та стала супутником Сонця), то її довжина майже не змінюється; а от для частинки, розігнаної в прискорювачі до швидкості  $v=0,99c$ , ефект скорочення довжини стає дуже помітним.

**?** Доведіть останнє твердження самостійно, здійснивши необхідні розрахунки.

## 2 У чому полягає ефект уповільнення часу

Розглянемо, як змінюється інтервал часу між двома послідовними подіями у випадку переходу від однієї інерціальної СВ до іншої. Для цього скористаємося *світловим годинником* — стрижнем завдовжки  $L_0$ , на кінцях якого (перпендикулярно до стрижня) закріплено два дзеркала (див. рис. 25.2, а). Світловий імпульс рухається від одного дзеркала до іншого, і кожне відбиття імпульсу від дзеркала фіксується. Спостерігач, відносно якого годинник перебуває у спокої, помітить, що час між двома послідовними відбиттями дорівнює:  $\tau_0 = \frac{L_0}{c}$ .

Для спостерігача, відносно якого годинник рухається з деякою швидкістю  $v$ , світловий імпульс пройде відстань  $L > L_0$  (рис. 25.2, б), тому цей спостерігач зафіксує інший час між двома послідовними відбиттями:  $\tau = \frac{L}{c}$ .

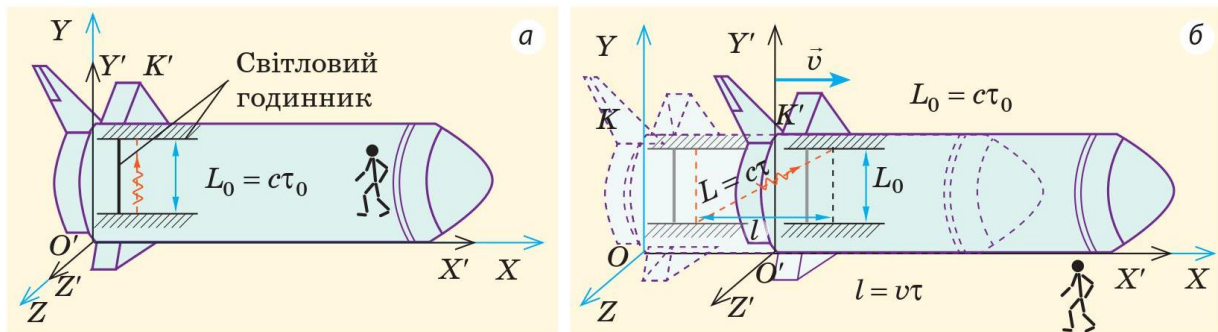
За теоремою Піфагора:  $L^2 = l^2 + L_0^2$ , або:

$$(c\tau)^2 = (v\tau)^2 + (c\tau_0)^2 \Rightarrow \tau^2(c^2 - v^2) = c^2\tau_0^2 \Rightarrow \frac{\tau_0^2}{\tau^2} = \frac{c^2 - v^2}{c^2} \Rightarrow \frac{\tau_0^2}{\tau^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2}.$$

Звідси час  $\tau$ , вимірюваний спостерігачем, відносно якого годинник рухається, дорівнює:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Інтервал часу  $\tau_0$ , відлічуваний у СВ, відносно якої годинник перебуває у стані спокою (власний час події), менший, ніж інтервал часу  $\tau$ , відлічуваний у СВ, відносно якої годинник рухається. Інакше кажучи, час у рухомій СВ уповільнюється.



**Рис. 25.2.** Вимірювання часу світловим годинником: а — вимірювання власного часу  $\tau_0$  події спостерігачем, який рухається разом із годинником; б — вимірювання часу  $\tau$  спостерігачем, відносно якого рухається годинник, — для цього спостерігача світло проходить більшу відстань, а отже, і за більший інтервал часу:  $L > L_0 \Rightarrow \tau > \tau_0$

*Зверніть увагу!* Уповільнення часу покаже *будь-який* годинник у рухомій СВ. *Ефект уповільнення часу — властивість самого часу.* У рухомій СВ уповільнюються всі фізичні процеси, уповільнюється й процес старіння.

Уповільнення часу експериментально спостерігається, наприклад, у ході радіоактивного розпаду ядер. Нехай у СВ, відносно якої ядро перебуває у спокої, період його піврозпаду дорівнює  $\tau_0 = 0,1$  с. Якщо за допомогою прискорювача розігнати ядро до таких швидкостей, що  $1 - \frac{v^2}{c^2} = 0,01$  (тобто

$v^2 = 0,99 c^2$ ), то період піврозпаду ядра становитиме:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{0,1 \text{ с}}{0,1} = 1 \text{ с}.$$

Отже, з точки зору нерухомого спостерігача радіоактивний розпад прискорених ядер є уповільненим порівняно з радіоактивним розпадом таких самих ядер у стані спокою.

### 3 Як пов'язані маса та енергія

Ще один дуже важливий результат СТВ — залежність енергії  $E$  тіла від швидкості його руху. З точки зору СТВ, якщо тіло масою  $m$  рухається зі швидкістю  $v$  відносно якоїсь СВ, то енергія  $E$  тіла в цій СВ становить:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (*)$$

Ця формула пройшла перевірку в експериментах із прискорення ядер, протонів, електронів. Із неї випливає кілька важливих *наслідків*.

1. *Будь-яке тіло (будь-яка частинка), що має масу, несе із собою запас енергії.* Дійсно, навіть якщо швидкість руху тіла (частинки) зменшується до нуля ( $v=0$ ), то згідно з формулою (\*) тіло все одно має енергію:

$$E = mc^2$$

Цю енергію називають *енергією спокою*.

### «Парадокс близнюків»

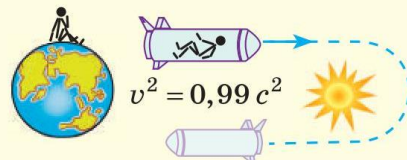
Для унаочнення уповільнення темпів процесів у системах, які рухаються з великими швидкостями, А. Ейнштейн запропонував яскравий уявний експеримент.

Посадимо одного з близнюків у ракету й розженемо її до швидкості  $v^2 = 0,99 c^2$ . Повернемо його на Землю через *один рік* за годинником, який працює в ракеті:  $\tau_0 = 1$  рік. Годинник на Землі покаже, що між двома подіями — відльотом і прибуттям ракети — минуло:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1 \text{ рік}}{0,1} = 10 \text{ років}.$$

Отже, близнюк, який залишився на Землі, постаріє більше, ніж близнюк, який рухається зі швидкістю, близькою до швидкості світла.

Зробимо важливе зауваження: СТВ розглядає тільки інерціальні СВ. СВ, пов'язана з ракетою, яка відлітає із Землі й потім на неї повертається, не є інерціальною: ракета щонайменше тричі прискорюється — під час відльоту, під час розвороту й під час посадки. Із цієї причини безпосередньо застосовувати формулу уповільнення часу для ситуації з близнюками не можна. Її необхідно розглядати методами загальної теорії відносності (ЗТВ). Зазначимо, що в ЗТВ «парадокс близнюків» зберігається.



**?** Переконайтеся, що енергія спокою величезна: обчисліть, яка енергія «схована» в 1 г води, та порівняйте її з кінетичною енергією вантажівки масою 5 т, яка мчить зі швидкістю 30 м/с.

2. *Зміна енергії тіла прямо пропорційна зміні його маси:  $\Delta E = \Delta mc^2$ .* Передача нерухомому тілу енергії завжди супроводжується збільшенням його маси, і навпаки: виділення тілом енергії супроводжується зменшенням його маси. Наприклад, якщо тіло нагрівають, його маса збільшується, а коли охолоджують, його маса зменшується.

Повною мірою формулу зв'язку енергії і маси оцінили в 1940-х рр., коли створювали атомну бомбу. Річ у тім, що ядра Урану-235 діляться в процесі зіткнень із повільними нейтронами, унаслідок чого виділяється величезна кількість енергії. Розрахунки показали, що маса ядра Урану до його розпаду більша, ніж загальна маса частинок, які утворюються після розпаду. Оцей *дефект мас* ( $\Delta m$ ) і виділяється у вигляді енергії.

3. У випадках, коли тіло (частинка) рухається зі швидкістю, яка набагато менша, ніж швидкість світла ( $v \ll c$ ), формулу (\*) можна записати так:

$$E(v) = mc^2 + \frac{mv^2}{2},$$

де  $mc^2$  — енергія спокою;  $\frac{mv^2}{2}$  — кінетична енергія (додаткова енергія, яка виникає внаслідок руху тіла (частинки)).



### Підбиваємо підсумки

- Довжина тіла в різних СВ різна. Найбільшу довжину тіло має в тій СВ, де воно перебуває в спокої.
- Час у різних СВ плине з різною швидкістю. У рухомих СВ час плине повільніше, ніж у нерухомих.
- Енергія тіла (частинки), що рухається, залежить від швидкості його

(ії) руху:  $E(v) = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ . Якщо швидкість  $v$  руху тіла (частинки) дорівнює

нулю, то  $E = mc^2$  — енергія спокою тіла (частинки).



### Контрольні запитання

1. Як змінюється довжина предмета, якщо він рухається з незмінною швидкістю? 2. Який час називають власним часом події? 3. Як змінюється інтервал часу для тіла, яке рухається з незмінною швидкістю? 4. Який експеримент підтверджує ефект уповільнення часу? 5. Наведіть формулу залежності енергії тіла від швидкості його руху. Якого вигляду набуває ця формула у випадку малих швидкостей руху ( $v \ll c$ )? 6. Який зміст має величина  $mc^2$ ?



### Вправа № 25

1. У ракеті, що рухається відносно Землі зі швидкістю  $0,8c$ , минуло 2 роки. Скільки часу пройшло за обчисленнями спостерігача на Землі?
2. Довжина стрижня відносно нерухомого спостерігача на Землі — 2 м. Якою є власна довжина цього стрижня, якщо він рухається зі швидкістю  $0,6c$ ?
3. У скільки разів уповільнюється час у ракеті, яка рухається відносно Землі зі швидкістю  $2,6 \cdot 10^8$  м/с?
4. Сонце щосекунди випромінює в космічний простір  $3,83 \cdot 10^{26}$  Дж енергії. На скільки маса Сонця зменшується за рік?
5. Скористайтесь додатковими джерелами інформації та дізнайтеся, в яких галузях техніки слід обов'язково враховувати ефект уповільнення часу.