



Сучасне суспільство неможливо уявити без швидкого обміну інформацією, тобто без мобільних телефонів, Інтернету. Хоча не так давно — понад століття тому — винайшли радіо і менш ніж століття як почалися перші регулярні телетрансляції. Усі ці досягнення техніки ґрунтуються на передаванні та прийманні радіосигналів. Сьогодні ви ознайомитеся з фізичним пристроєм, що є обов'язковою складовою більшості радіопередавачів і радіоприймачів.

Нагадуємо

■ **Конденсатор** — це пристрій для накопичення електричного заряду, який складається з двох провідних обкладок, розділених шаром діелектрика.

■ Фізична величина, яка характеризує конденсатор, називається **ємністю**:

$$C = \frac{q}{U},$$

де q — заряд конденсатора (модуль заряду однієї з різнозначно заряджених обкладок); U — напруга між обкладками.

■ **Одиниця ємності в СІ** — **фарад (Ф) (F)**.

■ **Ємність плоского конденсатора** розраховують за формулою:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d},$$

де ϵ_0 — електрична стала; ϵ — діелектрична проникність діелектрика; S — площа однієї обкладки; d — відстань між обкладками.

■ Між обкладками зарядженого конденсатора існує **електричне поле**, енергію якого можна визначити за формулами:

$$W_{\text{ел}} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

1 Як відбуваються електромагнітні коливання в коливальному контурі

■ **Коливальний контур** — це фізичний пристрій, який складається з послідовно з'єднаних конденсатора і котушки індуктивності (рис. 18.1).

Коливальний контур є коливальною системою, тобто в ньому можуть виникати вільні електромагнітні коливання.

Щоб у коливальному контурі виникли вільні коливання, системі необхідно передати енергію, наприклад зарядити конденсатор. З'єднаємо конденсатор із джерелом незмінного струму з вихідною напругою U_{max} . На обкладках конденсатора накопичиться деякий електричний заряд q_{max} , а між обкладками виникне електричне поле, енергія якого дорівнює:

$$W_{\text{ел. max}} = \frac{CU_{\text{max}}^2}{2} = \frac{q_{\text{max}}^2}{2C}.$$

Якщо після зарядки конденсатор замкнути на котушку індуктивності (рис. 18.2, а), то під дією електричного поля конденсатора вільні заряджені частинки в контурі почнуть рухатись напрямлено. У контурі виникне електричний струм i , а конденсатор почне розряджатися (рис. 18.2, б).



Рис. 18.1. Модель (а) та електрична схема (б) коливального контуру: 1 — котушка індуктивності; 2 — конденсатор

Електричний струм завжди створює магнітне поле. Особливо сильним воно є всередині котушки. Сила струму в котушці зростає, тому магнітна індукція створеного струмом магнітного поля зростає теж. Змінне магнітне поле породжує вихрове електричне поле \vec{E} , яке в цьому випадку напрямлене протилежно струму, тому сила струму зростає поступово. Поступово зменшується й заряд q на обкладках конденсатора. Отже, *протягом першої чверті періоду (рис. 18.2, а-в) енергія електричного поля конденсатора перетворюється на енергію магнітного поля котушки*. Повна енергія коливального контуру дорівнюватиме:

$$W = W_{\text{ел}} + W_{\text{м}} = \frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2},$$

де q — заряд конденсатора в деякий момент часу; C — ємність конденсатора; L — індуктивність котушки; i — сила струму в котушці.

У той момент, коли конденсатор повністю розрядиться (рис. 18.2, в), енергія електричного поля дорівнюватиме нулю ($W_{\text{ел}} = 0$), сила струму сягне максимального значення I_{max} , а повна енергія контуру становитиме:

$$W = W_{\text{м. max}} = \frac{LI_{\text{max}}^2}{2}.$$

Заряд на обкладках конденсатора перетворився на нуль, проте струм одразу не припиниться й не змінить свого напрямку. Щойно сила струму в котушці почне зменшуватися, почне зменшуватися і магнітна індукція поля, створеного цим струмом, — виникне вихрове електричне поле, яке в цьому випадку підтримує струм. Заряджені частинки продовжують рух у тому самому напрямку, і конденсатор *перезаряджається* — заряд на його обкладках змінюється на протилежний (рис. 18.2, г). Отже, *протягом другої чверті періоду (рис. 18.2, в-д) енергія магнітного поля котушки перетворюється на енергію*

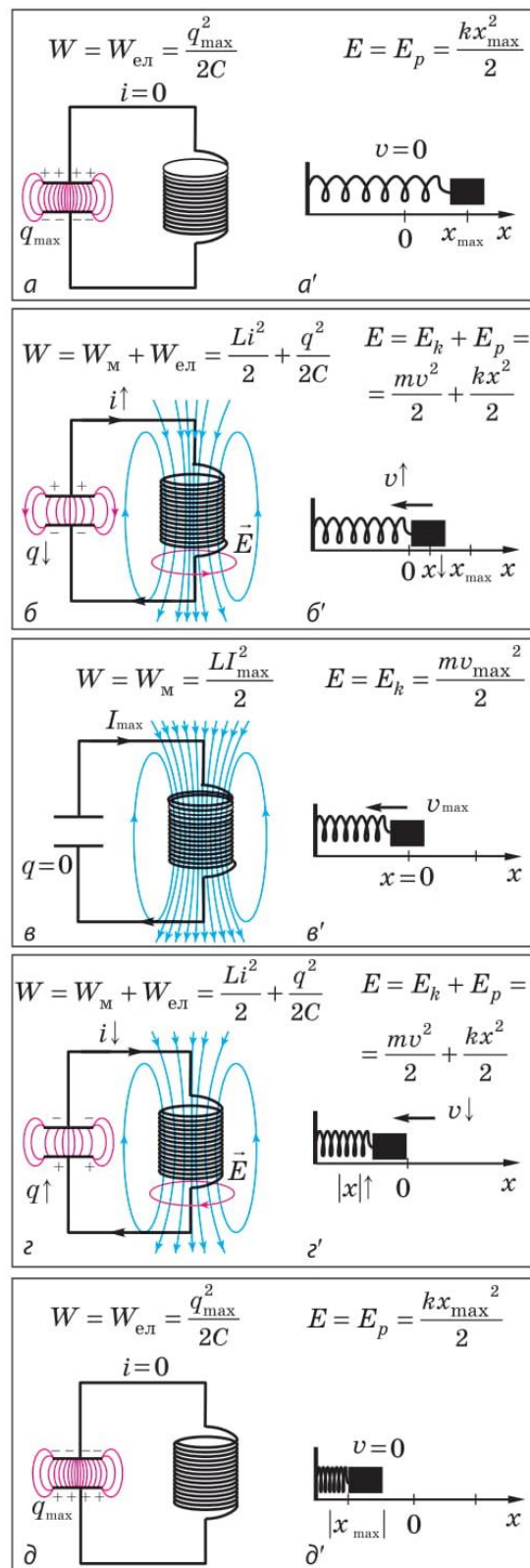


Рис. 18.2. Механізм вільних електромагнітних коливань у коливальному контурі (а-д) і механізм вільних механічних коливань тягарця на пружині (а'-д')

електричного поля конденсатора. Конденсатор перезаряджатиметься, доки сила струму не досягне нуля ($i = 0$). Енергія магнітного поля котушки в цей момент теж дорівнюватиме нулю ($W_m = 0$), а енергія електричного поля конденсатора набуде максимального значення (рис. 18.2, ∂).

Наступну половину періоду характер зміни електричного заряду на обкладках конденсатора та характер зміни сили струму в контурі будуть такими самими, тільки у зворотному напрямку. Коли заряд на обкладках конденсатора досягне максимального значення (див. рис. 18.2, a), завершиться одне повне коливання.

? Розгляньте рис. 18.2. Які спільні риси мають механічні коливання пружинного маятника й електромагнітні коливання в коливальному контурі? Як ви вважаєте, чи будуть ці коливання згасаючими?

2 Аналогія між вільними електромагнітними і вільними механічними коливаннями

Якщо зіставити електромагнітні коливання (див. рис. 18.2, $a-\partial$) і механічні коливання (див. рис. 18.2, $a'-\partial'$), можна помітити, що коливання різної природи підпорядковуються схожим законамірностям.

Механічні коливання пружинного маятника	Електромагнітні коливання в коливальному контурі
<p>■ Під час коливань відбувається <i>періодичне перетворення енергії</i>.</p>	
Потенціальна енергія \leftrightarrow Кінетична енергія	Енергія електричного поля \leftrightarrow Енергія магнітного поля
<p>■ У будь-якій коливальній системі завжди є втрати енергії, тому <i>реальні коливання є згасаючими</i>.</p>	
Енергія витрачається на подолання сил опору рухові і нагрівання пружини під час деформації.	Енергія витрачається на нагрівання підвідних проводів, обмотки котушки, на поляризацію діелектрика, тощо.
<p>■ Якби не було втрат енергії (коливальна система була б ідеальною), коливання були б незгасаючими (амплітуда коливань залишалася б незмінною), а повна енергія коливальної системи зберігалася б.</p>	
Закон збереження енергії для ідеального пружинного маятника: $E_{p \max} = E_p + E_k = E_{k \max},$ або $\frac{kx_{\max}^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2}.$	Закон збереження енергії для ідеального коливального контуру: $W_{\text{ел. max}} = W_{\text{ел}} + W_m = W_{m \max},$ або $\frac{q_{\max}^2}{2C} = \frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2}.$
<p>■ Коливання в ідеальній коливальній системі називають власними коливаннями, а <i>період власних коливань визначається параметрами коливальної системи і не залежить від амплітуди коливань, тобто від енергії, яку передано системі під час виведення її з положення рівноваги</i>.</p>	
Період власних механічних коливань тіла на пружині визначають за формулою: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$	Період власних електромагнітних коливань у коливальному контурі визначають за формулою Томсона: $T = 2\pi\sqrt{LC}.$

Формулу Томсона можна отримати, використавши аналогію між вільними електромагнітними коливаннями в коливальному контурі та механічними коливаннями тіла на пружині. Маса m тіла в механічній коливальній системі аналогічна індуктивності L котушки. Жорсткість k пружини аналогічна величині, оберненій до ємності конденсатора, тобто $1/C$. Чим менша жорсткість пружини, тим повільніше коливається тіло, і чим більша ємність конденсатора, тим довше він заряджається і розряджається.

Зверніть увагу! Механічні й електромагнітні коливання схожі за закономірностями, а не за природою. Наприклад, якщо однією із причин механічних коливань є інертність тіла, яка характеризується його масою, то однією із причин електромагнітних коливань є вихрове електричне поле, яке характеризується ЕРС самоіндукції. Саме завдяки вихровому полю, а не інертності електрони продовжують рух у початковому напрямку і «перезаряджають» конденсатор. Маса і вільний пробіг електронів є настільки малими, що без ЕРС самоіндукції струм практично миттєво припинився б і конденсатор ніколи б не перезарядився.

3 Чому формула Томсона є наслідком закону збереження енергії

Доведемо формулу Томсона, спираючись на закон збереження енергії. Скористаємося такими фактами.

1. За означенням сила струму дорівнює заряду, який проходить через поперечний переріз провідника за одиницю часу: $I = \frac{q}{t}$. Сила струму в коливальному контурі безперервно змінюється, тому в даний момент часу сила струму дорівнює: $i(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = q'(t)$. Відповідно швидкість зміни сили струму дорівнює: $i'(t) = q''(t)$.

2. Повна енергія коливального контуру в будь-який момент часу дорівнює сумі енергій магнітного і електричного полів:

$$W = \frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C}.$$

Ця енергія не змінюється з часом (коливальний контур є ідеальним), тому похідна повної енергії за часом дорівнює нулю:

$$\left(\frac{Li^2}{2}\right)' + \left(\frac{q^2}{2C}\right)' = 0, \text{ або } \left(\frac{Li^2}{2}\right)' = -\left(\frac{q^2}{2C}\right)'.$$

Остання формула означає, що швидкість зміни енергії магнітного поля дорівнює за модулем швидкості зміни енергії електричного поля; знак «-» означає, що в той час, коли енергія електричного поля збільшується, енергія магнітного поля зменшується, і навпаки.

Скориставшись правилами знаходження похідних, отримаємо: $\frac{L}{2} \cdot 2ii' = -\frac{1}{2C} \cdot 2qq'$, або $Li i' = -\frac{1}{C} \cdot qq'$.

Урахувавши, що $i = q'$, а $i' = q''$, маємо: $Lq'q'' = -\frac{1}{C} \cdot qq'$. Звідси:

$$q'' = -\frac{1}{LC} \cdot q. \quad (1)$$

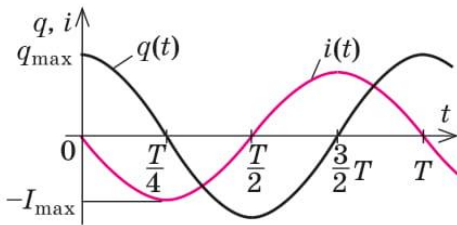


Рис. 18.3. Графіки електромагнітних коливань в ідеальному коливальному контурі: $q(t)$ — графік залежності заряду на обкладках конденсатора від часу; $i(t)$ — графік залежності сили струму в контурі від часу

Зверніть увагу!

За означенням період коливань дорівнює часу одного коливання і визначається за формулою:

$$T = \frac{t}{N}$$

Але і в електромагнітних, і в механічних коливальних системах період власних коливань не залежить ані від кількості N і часу t коливань, ані від того, яку енергію і в який спосіб передано системі. *Період власних коливань визначається лише параметрами системи:*

■ період коливань *математичного маятника* визначається довжиною l нитки і прискоренням вільного падіння g у тому гравітаційному полі, в якому розташований маятник, і не залежить від маси маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

■ період коливань *пружинного маятника* визначається масою m тягаря і жорсткістю k пружини:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

■ період коливань *у коливальному контурі* визначається ємністю C конденсатора та індуктивністю L котушки:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

Рівняння (1) є диференціальним рівнянням другого порядку, розв'язком якого, як відомо з математики, є функція косинуса (синуса). Дійсно, якщо $q = q_{\max} \cos(\omega t + \varphi_0)$, то $q' = -q_{\max} \omega \sin(\omega t + \varphi_0)$, $q'' = -q_{\max} \omega \cdot \omega \cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 q_{\max} \cos(\omega t + \varphi_0)$, тобто:

$$q'' = -\omega^2 q. \quad (2)$$

Таким чином, заряд на обкладках конденсатора ідеального коливального контуру змінюється за гармонічним законом, і рівняння коливань заряду має вигляд:

$$q = q_{\max} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

де q_{\max} — амплітудне значення заряду на обкладках конденсатора; ω — циклічна частота коливань; φ_0 — початкова фаза коливань.

Зважаючи на формули (1) і (2), отримаємо: $\omega^2 = \frac{1}{LC}$, тобто $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Оскільки період коливань $T = \frac{2\pi}{\omega}$, маємо **формулу Томсона**:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

Зверніть увагу:

1) якщо в момент початку спостереження заряд на обкладках конденсатора є максимальним, то *рівняння коливань заряду має вигляд $q = q_{\max} \cos \omega t$, а графік коливань заряду являє собою косинусоїду* (рис. 18.3);

2) сила струму пов'язана із зарядом на обкладках конденсатора співвідношенням: $i(t) = q'(t) = -q_{\max} \omega \sin \omega t = -I_{\max} \sin \omega t = I_{\max} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$, де $I_{\max} = q_{\max} \omega$ — амплітудне значення сили струму в контурі.

Коливання сили струму в контурі випереджають коливання заряду на обкладках конденсатора на фазу $\frac{\pi}{2}$, тобто на чверть періоду $\left(\varphi = \omega t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\right)$ (див. рис. 18.3).

4 Учимся розв'язувати задачі

Задача. Максимальна напруга на обкладках конденсатора ідеального коливального контуру досягає 1,0 кВ. Яким є період електромагнітних коливань у контурі, якщо за амплітудного значення сили струму 1,0 А енергія магнітного поля в контурі 1,0 мДж?

Дано:

$$U_{\max} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ В}$$

$$I_{\max} = 1,0 \text{ А}$$

$$W_{\text{м. макс}} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$$

T — ?

Пошук математичної моделі, розв'язання. Для визначення періоду електромагнітних коливань скористаємося формулою Томсона $T = 2\pi\sqrt{LC}$ і законом збереження енергії:

$$W_{\text{ел. макс}} = W_{\text{м. макс}}.$$

1) Оскільки $W_{\text{м. макс}} = \frac{LI_{\max}^2}{2}$, то $L = \frac{2W_{\text{м. макс}}}{I_{\max}^2}$.

2) Оскільки $W_{\text{ел. макс}} = \frac{CU_{\max}^2}{2}$, то $C = \frac{2W_{\text{ел. макс}}}{U_{\max}^2} = \frac{2W_{\text{м. макс}}}{U_{\max}^2}$ (адже $W_{\text{ел. макс}} = W_{\text{м. макс}}$).

3) За формулою Томсона: $T = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{\frac{2W_{\text{м. макс}}}{I_{\max}^2} \cdot \frac{2W_{\text{м. макс}}}{U_{\max}^2}} = 4\pi \frac{W_{\text{м. макс}}}{I_{\max}U_{\max}}$.

Перевіримо одиницю, знайдемо значення шуканої величини:

$$[T] = \frac{\text{Дж}}{\text{А} \cdot \text{В}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{Кл}}{\text{А} \cdot \text{Дж}} = \frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{А}} = \text{с}; \quad T = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3}}{1,0 \cdot 1,0 \cdot 10^3} \approx 13 \cdot 10^{-6} (\text{с}).$$

Відповідь: $T \approx 13$ мкс.



Підбиваємо підсумки

- Коливальний контур — це фізичний пристрій, який складається з послідовно з'єднаних конденсатора і котушки індуктивності.
- Якщо обкладкам конденсатора коливального контуру передати електричний заряд, у контурі виникнуть вільні електромагнітні коливання — періодичні зміни заряду на обкладках конденсатора й періодичні зміни сили струму в котушці. Під час вільних електромагнітних коливань енергія електричного поля конденсатора перетворюється на енергію магнітного поля котушки і навпаки.
- Фізичну модель, що являє собою коливальний контур, у якому відсутні втрати енергії, називають ідеальним коливальним контуром. Для ідеального коливального контуру:
 - вільні електромагнітні коливання є незгасаючими;
 - період власних коливань визначають за формулою Томсона: $T = 2\pi\sqrt{LC}$;
 - закон збереження енергії має вигляд: $W_{\text{ел. макс}} = W_{\text{ел}} + W_{\text{м}} = W_{\text{м. макс}}$.



Контрольні запитання

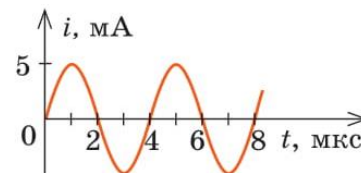
1. Назвіть основні елементи коливального контуру.
2. Опишіть процес вільних електромагнітних коливань у коливальному контурі.
3. Чому після повного розрядження конденсатора струм через його котушку не припиняється?
4. Які перетворення енергії відбуваються під час електромагнітних коливань у коливальному контурі?
5. Який коливальний контур називають ідеальним?

6. Запишіть закон збереження енергії для ідеального коливального контуру.
 7. Отримайте формулу Томсона, скориставшись методом аналогій; законом збереження енергії. 8. Який вигляд має графік коливань заряду на обкладках конденсатора? графік коливань сили струму в контурі?



Вправа № 18

- Чи зміняться, і якщо зміняться, то як, період і частота вільних електромагнітних коливань в ідеальному коливальному контурі, якщо: а) максимальний заряд на обкладках конденсатора збільшити в 2 рази; б) ємність конденсатора зменшити в 4 рази; в) індуктивність котушки збільшити в 9 разів?
- На рисунку наведено графік гармонічних коливань сили струму в коливальному контурі. Якщо котушку в цьому коливальному контурі замінити на котушку, індуктивність якої в 4 рази менша, то період коливань дорівнюватиме:
 А 1 мкс Б 2 мкс В 4 мкс Г 8 мкс
- Чому дорівнює період власних електромагнітних коливань у коливальному контурі, індуктивність якого дорівнює 1,5 мГн, а ємність — 15 мкФ? Яким буде результат, якщо до контуру приєднати ще три такі самі конденсатори: а) паралельно даному конденсатору; б) послідовно з даним конденсатором?
- Електричний заряд на обкладках конденсатора коливального контуру змінюється за законом: $q(t) = 0,01 \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot 10^6 t\right)$ (мКл). Ємність конденсатора — 144 пФ. Визначте: а) початкову фазу і циклічну частоту коливань; б) період і частоту коливань; в) амплітудні значення заряду та сили струму; г) індуктивність котушки; д) енергію електричного поля конденсатора та енергію магнітного поля котушки через $t = 2$ мкс після початку спостереження.
- Ідеальний коливальний контур складається з конденсатора ємністю 1,0 мкФ і котушки індуктивністю 10 мГн. Яким є максимальний заряд на обкладках конденсатора, якщо максимальна сила струму в котушці становить 100 мА? Розв'яжіть задачу у два способи.



Фізика і техніка в Україні



Антоніна Федорівна Прихотько (1906–1995) — видатна українська вчена-фізик. Вона розпочала наукові дослідження в галузі низькотемпературної спектроскопії твердого тіла та оптики молекулярних кристалів у Харківському фізико-технічному інституті (ХФТІ) під керівництвом першого директора інституту І. В. Обреїмова. Саме за видатні результати в цій галузі вчена отримала міжнародне визнання, нагороджена найвищими відзнаками Радянського Союзу, була обрана академіком Національної академії наук України.

Антоніна Федорівна Прихотько досліджувала фізику твердого тіла та спектроскопію, стала засновницею школи низькотемпературної спектроскопії молекулярних кристалів. Вона першою експериментально виявила колективні стани збудження молекулярних кристалів (молекулярні екситони) і започаткувала фізику екситонних станів. Президією НАН України засновано премію імені А. Ф. Прихотько.