

ЧАСТИНА 3. МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

§ 19. ВИДИ МЕХАНІЧНИХ КОЛИВАНЬ



Механічні коливання оточують нас усюди: погойдування гілля дерев, вібрація струн музичних інструментів, коливання поплавця на хвилі, рух маятника в годиннику, биття серця і т. д. Коливальний рух, один із найпоширеніших у природі, має низку характерних ознак, про які ви згадаєте в цьому параграфі.

1 Які фізичні величини характеризують коливальний рух

Механічні коливання — це рухи тіла (або системи тіл), які відбуваються біля певного положення рівноваги та які точно або приблизно повторюються через рівні інтервали часу.

Коливальний рух, як і будь-який інший рух, характеризується такими фізичними величинами, як *швидкість, прискорення, координата (зміщення)*.

Зміщення x — це відстань від положення рівноваги до точки, в якій у даний момент часу перебуває тіло, що коливається.

У ході коливань механічний стан тіла безперервно змінюється. Якщо координата, модуль і напрямок швидкості руху тіла повторюються через рівні інтервали часу, такі коливання називають *періодичними*.

Існує кілька фізичних величин, які характеризують саме періодичні коливання, зокрема *амплітуда, період, частота* (див. [рис. 19.1](#)).

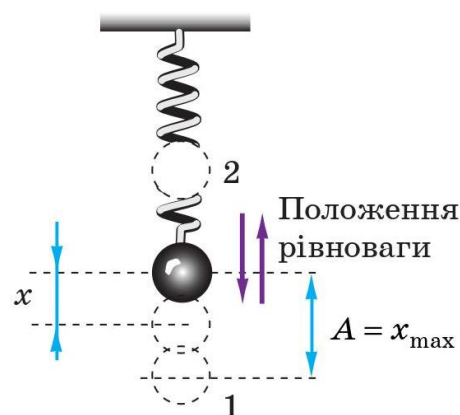


Рис. 19.1. Тягарець на пружині здійснює періодичні коливання (x — зміщення тягарця; A — амплітуда коливань). Інтервал часу, за який тягарець перемістився з положення 1 у положення 2 і назад (час одного коливання), — період коливань T

Амплітуда коливань A	Період коливань T	Частота коливань ν
Найбільша відстань, на яку відхиляється тіло від положення рівноваги: $A = x_{\max}$	Час одного коливання: $T = \frac{t}{N}$	Кількість коливань за одиницю часу: $\nu = \frac{N}{t}$
	де t — час спостереження; N — кількість коливань за час t	
Одиниця амплітуди коливань у СІ — метр: $[A] = 1 \text{ м (м)}$	Одиниця періоду коливань у СІ — секунда: $[T] = 1 \text{ с (с)}$	Одиниця частоти коливань у СІ — герц: $[\nu] = 1 \text{ Гц (Гц)}$
	Частота і період коливань пов'язані співвідношенням: $\nu = 1/T$	

2 Незатухаючі та затухаючі коливання

Розглянемо коливання тягарця на пружині (рис. 19.1). Якби в системі «тягарець — пружина — Земля» не було втрат механічної енергії, то коливання тривали б як завгодно довго, а їхня амплітуда з часом не змінювалася б.

Коливання, амплітуда яких із часом не змінюється, називають **незатухаючими**.

Проте в будь-якій системі завжди є втрати механічної енергії. Енергія витрачається на додання сил тертя, на деформацію тіл у ході коливань. У результаті механічна енергія поступово переходить у внутрішню. Тому, якщо система не отримує енергію ззовні, то амплітуда коливань поступово зменшується й коливання через деякий час припиняються (затухають).

Коливання, амплітуда яких із часом зменшується, називають **затухаючими**.

3 Вільні та вимушені коливання, автоколивання

Існують різні види механічних коливань.

Є коливання, які здатні відбуватися без зовнішнього періодичного впливу. Такими є, наприклад, коливання підвішеної на нитці або на пружині кульки, які виникають після того, як кульку відхилили від положення рівноваги й відпустили. Такі коливання називають вільними.

Вільні коливання — це коливання, які відбуваються під дією внутрішніх сил системи після того, як її було виведено з положення рівноваги.

Частота вільних коливань визначається властивостями самої системи (див. § 20).

Систему тіл, у якій можуть виникати вільні коливання, називають *коливальною системою*. Характерною рисою будь-якої коливальної системи є наявність у ній *положення стійкої рівноваги*. Саме біля цього положення й відбуваються вільні коливання. Щоб у коливальній системі виникли вільні коливання, необхідне виконання двох умов:

- системі має бути передано надлишкову енергію (рис. 19.2);
- тертя в системі має бути досить малим, інакше коливання швидко затухнуть або навіть не виникнуть.

Оскільки в ході вільних коливань система не отримує енергію ззовні, то *вільні коливання — це завжди затухаючі коливання*. Чим більше тертя в системі, тим швидше затухають коливання. Наприклад, якщо те саме тіло змусити коливатися в повітрі й у воді, то в повітрі коливання відбуватимуться досить довго, а у воді швидко затухнуть. До речі, на цьому явищі базується робота гідравлічних амортизаторів автомобілів (рис. 19.3).

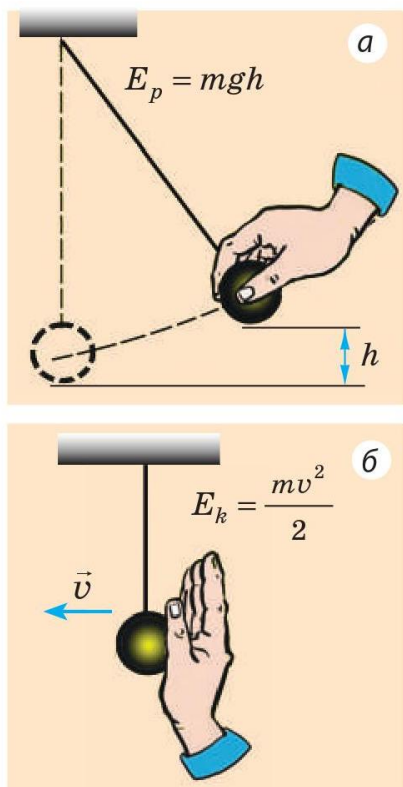


Рис. 19.2. Щоб у коливальній системі виникли вільні коливання, необхідно вивести її з положення рівноваги: надати потенціальну (а) або кінетичну (б) енергію

Існують коливання (наприклад, рух повітря в духових інструментах, поршня — у двигуні внутрішнього згорання), які здатні відбуватися тільки тоді, коли на тіло діють зовнішні сили, що періодично змінюються та змушують тіло здійснювати коливальний рух. Такі коливання називають *вимушеними*.

Вимушені коливання — це коливання, які відбуваються в системі внаслідок дії зовнішньої сили, що періодично змінюється.

? Яка сила, змінюючись періодично, змушує вашу долоню здійснювати вимушені коливання (див. [рис. 19.4](#))?

Вимушені коливання — це зазвичай *незатухаючі коливання*, частота яких дорівнює частоті зміни зовнішньої сили, що змушує тіло коливатися.

Є системи, в яких незатухаючі коливання існують не завдяки періодичному зовнішньому впливу, а в результаті здатності таких систем самим регулювати надходження енергії від постійного (не періодичного) джерела. Такі системи називають *автоколивальними*, а незатухаючі коливання в таких системах — *автоколиваннями*.

Незатухаючі коливання, які відбуваються в системі за рахунок надходження енергії від постійного джерела, що регулюється самою системою, називають **автоколиваннями**.

Частота автоколивань, як і частота вільних коливань, визначається властивостями самої системи. Прикладом механічної автоколивальної системи може бути храповий механізм маятникового годинника ([рис. 19.5](#)). Практично в будь-якій автоколивальній системі можна виділити три характерні елементи: *коливальну систему*, в якій можуть відбуватися вільні коливання (у нашому прикладі це маятник 1 годинника), *джерело енергії* (піднята гиря 2, яка повертає храпове колесо 3), *пристрій зворотного зв'язку*, що регулює надходження енергії від джерела певними порціями (анкер 4, через який маятник «керує», в який момент гиря передає енергію храповому колесу).

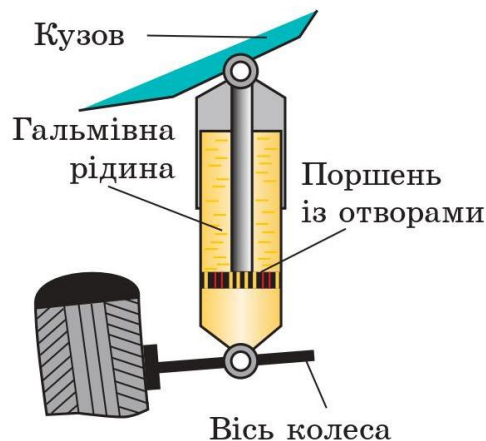


Рис. 19.3. Із кузовом автомобіля сполучають поршень, який під час коливань рухається в циліндрі, заповненому рідиною; значний опір рідини спричиняє затухання коливань

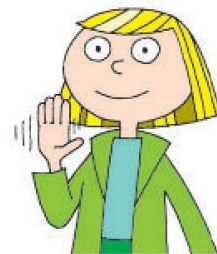


Рис. 19.4. До завдання в § 19

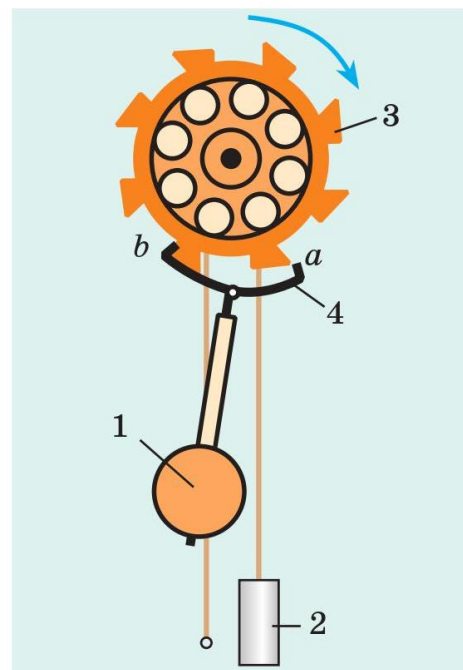


Рис. 19.5. Коли маятник 1 наближається до крайнього лівого положення, палет *b* чіпляється за зубець храпового колеса 3 і маятник зазнає поштовху вліво, отримуючи додаткову енергію

4

Гармонічні коливання

За характером залежності зміщення (координати) тіла від часу коливань розрізняють *гармонічні і негармонічні коливання*. Здебільшого залежність $x(t)$ є досить складною (рис. 19.6).

Розглянемо графік коливань тіла на пружині (рис. 19.6, в). Крива, зображена на графіку, — косинусоїда.

Коливання, під час яких координата x тіла, що коливається, змінюється з часом t за законом косинуса (або синуса), називають **гармонічними коливаннями**:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0) \text{ , або } x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Ці рівняння називають *рівняннями гармонічних коливань*. З'ясуємо, що означає в них кожна величина.

A — **амплітуда коливань**: $x_{\max} = A$ (оскільки найбільше значення косинуса та синуса дорівнює 1).

$\omega t + \varphi_0$ — **фаза коливань**: $\varphi = \omega t + \varphi_0$ — величина, що однозначно визначає механічний стан тіла в даний момент часу.

φ_0 — **початкова фаза коливань** — фаза коливань у момент початку відліку часу (якщо $t = 0$, то $\varphi = \omega t + \varphi_0 = \varphi_0$).

ω — **циклічна частота коливань**: $\omega = \frac{2\pi}{T}$, де T — період коливань. (Косинус, як і синус, — функція періодична, тобто $\cos(\omega t + \varphi_0) = \cos(\omega t + \varphi_0 + 2\pi)$; коливання повністю повторюються через час, що дорівнює періоду T коливань, тому $\cos(\omega t + \varphi_0) = \cos(\omega(t + T) + \varphi_0)$. Таким чином: $\omega t + \varphi_0 + 2\pi = \omega t + \omega T + \varphi_0 \Rightarrow \omega = 2\pi/T$.)
Одиниця циклічної частоти в СІ — **радіан за секунду** (рад/с, або с^{-1}) (rad/s, s^{-1}).

Можна довести: коли координата тіла змінюється за гармонічним законом (за законом косинуса або синуса), швидкість і прискорення руху тіла теж змінюються гармонічно. При цьому виконуються співвідношення:

$$v_{\max} = \omega x_{\max} ; a_{\max} = \omega^2 x_{\max} ; a_x = -\omega^2 x$$

І навпаки: якщо в будь-який момент часу руху тіла його прискорення прямо пропорційне зміщенню та напрямлене в бік, протилежний зміщенню, то такий рух являє собою гармонічні коливання.

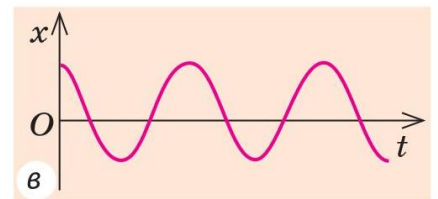
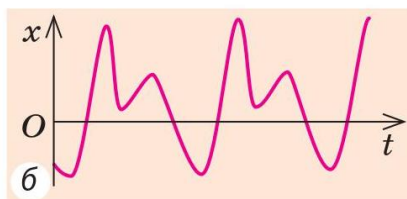


Рис. 19.6. Графіки залежності зміщення x тіла (або частини тіла) від часу t коливань: а — грудна клітина під час серцевих поштовхів (кардіограма); б — мембрана динаміка під час випромінювання звукової хвилі; в — тіло на пружині

Зверніть увагу!

- Якщо початок відліку часу ($t=0$) збігається з моментом максимального відхилення тіла від положення рівноваги ($x_0 = x_{\max} = A$), то рівняння коливань зручніше записувати у вигляді: $x_0 = A \cos \omega t$ (рис. 19.7, а).

- Якщо початок відліку часу ($t=0$) збігається з моментом проходження тілом положення рівноваги ($x_0 = 0$), то рівняння коливань зручніше записувати у вигляді: $x = A \sin \omega t$ (рис. 19.7, б).

- Із графіка коливань, як і з рівняння коливань, легко визначити всі фізичні величини, що характеризують коливальний рух (див. п. 5 § 19).

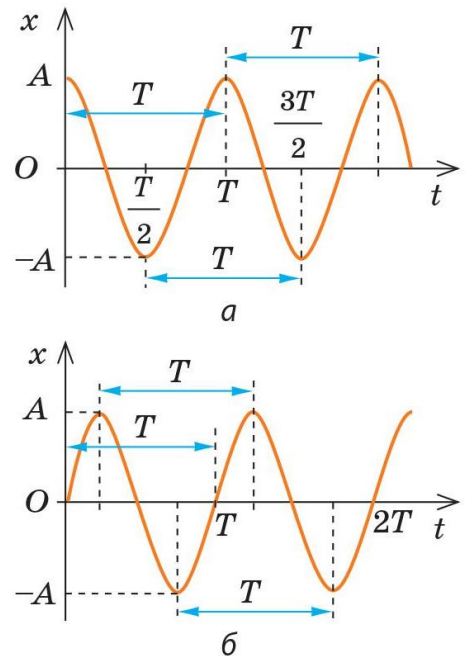


Рис. 19.7. Графіки гармонічних коливань (A — амплітуда коливань; T — період коливань). Координата тіла, яке коливається, змінюється залежно від часу t за законом: $x = A \cos \omega t$ (а); $x = A \sin \omega t$ (б)

5 Учимся розв'язувати задачі

Задача. За наведеним графіком визначте амплітуду та період коливань тіла. Обчисліть циклічну частоту коливань і максимальну швидкість руху тіла. Запишіть рівняння коливань. Знайдіть зміщення тіла у фазі $\frac{\pi}{2}$ рад.

Дано:

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

A — ?

T — ?

ω — ?

$v_{\max}$ — ?

$x(t)$ — ?

$x\left(\varphi = \frac{\pi}{2}\right)$ — ?

Розв'язання. У момент початку спостереження ($t=0$) тіло перебувало в положенні рівноваги ($x_0 = 0$), тому рівняння коливань запишемо у вигляді: $x = A \sin \omega t$.

Із графіка бачимо: максимальне зміщення тіла дорівнює 5 см:

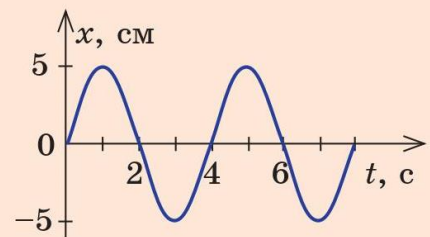
$A = x_{\max} = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}$; тіло здійснює одне повне коливання за 4 с, отже, $T = 4 \text{ с}$.

Обчислимо циклічну частоту коливань і максимальну швидкість руху тіла: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 0,5\pi \text{ (с}^{-1}\text{)}$; $v_{\max} = \omega x_{\max} = 0,025\pi \text{ (м/с)}$.

Підставивши значення $A = 0,05 \text{ м}$ і $\omega = 0,5\pi \text{ с}^{-1}$ у рівняння коливань, маємо: $x = 0,05 \sin 0,5\pi t \text{ (м)}$.

Якщо $\varphi = \frac{\pi}{2}$, то $x = A \sin \varphi = 0,05 \sin \frac{\pi}{2} = 0,05 \text{ (м)}$.

Відповідь: $A = 0,05 \text{ м}$; $T = 4 \text{ с}$; $\omega = 0,5\pi \text{ с}^{-1}$; $v_{\max} = 0,025\pi \text{ м/с}$; $x = 0,05 \sin 0,5\pi t \text{ (м)}$; $x = 0,05 \text{ м}$.



Підбиваємо підсумки

- Рухи, які точно або приблизно повторюються через однакові інтервали часу, називають механічними коливаннями.
- Коливання, амплітуда яких із часом не змінюється, називають незатухаючими; коливання, амплітуда яких із часом зменшується, — затухаючими.

• Коливання, що відбуваються в системі внаслідок дії зовнішньої сили, яка періодично змінюється, називають вимушеними, а ті, що відбуваються під дією тільки внутрішніх сил системи, — вільними.

• Незатухаючі коливання, які відбуваються в системі за рахунок надходження енергії від постійного (не періодичного) джерела, що регулюється самою системою, називають автоколиваннями.

• Коливання, в ході яких зміщення x тіла, яке коливається, змінюється з часом t за законом косинуса (або синуса), називають гармонічними коливаннями. У загальному випадку рівняння гармонічних коливань має вигляд: $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$, або $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$, де A — амплітуда коливань; $\omega t + \varphi_0$ — фаза коливань φ ; φ_0 — початкова фаза; ω — циклічна частота.



Контрольні запитання

1. Назвіть основні фізичні величини, які характеризують коливальний рух. Дайте їх означення. **2.** Чому за наявності тертя амплітуда вільних коливань поступово зменшується? Як називають такі коливання? **3.** Які коливання називають вільними? вимушеними? Наведіть приклади. **4.** Які умови необхідні для виникнення вільних коливань? **5.** Назвіть характерні елементи автоколивальної системи. **6.** У чому подібність вільних коливань і автоколивань? автоколивань і вимушених коливань? Чим вони відрізняються? **7.** Які коливання називають гармонічними? Запишіть рівняння гармонічних коливань. **8.** Який вигляд має графік гармонічних коливань?



Вправа № 19

- 1.** Згадайте приклади коливань із повсякденного життя. Які це коливання — затухаючі чи незатухаючі, вільні чи вимушені? Обґрунтуйте свою відповідь.
- 2.** Період коливань тягарця на пружині дорівнює 2 с. Що це означає? 1) Визначте частоту та циклічну частоту коливань тягарця. 2) Скільки коливань здійснить тягарець за 10 с? 3) Який шлях пройде тягарець за 3 с, якщо амплітуда коливань — 5 см?
- 3.** Рівняння коливань тіла має вигляд $x = 0,4 \sin \frac{2\pi}{3} t$ (м). Визначте амплітуду, період і частоту коливань тіла. Обчисліть максимальну швидкість і максимальне прискорення руху тіла.
- 4.** Запишіть рівняння гармонічних коливань для тіла, якщо амплітуда його коливань 10 см, а період коливань — 1 с. Вважайте, що в момент початку спостереження тіло було максимально відхилене від положення рівноваги.
- 5.** На рис. 1 і 2 наведено графіки гармонічних коливань деяких тіл. Для кожного тіла: а) визначте амплітуду коливань; б) період коливань; в) частоту коливань; г) запишіть рівняння коливань.
- 6.** Доведіть, що серце й легені живих істот можна віднести до автоколивальних систем. Де в повсякденному житті ми зустрічаємося з автоколивальними системами? У разі необхідності скористайтеся додатковими джерелами інформації.

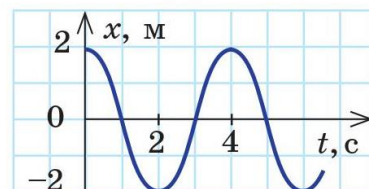


Рис. 1

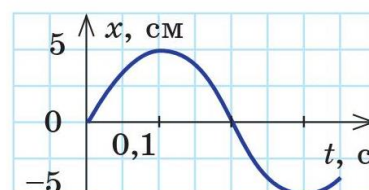


Рис. 2