



## § 30. РІВНЯННЯ СТАНУ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ. ІЗОПРОЦЕСИ



Д. Менделєєв Б. Клапейрон

Рівняння Клапейрона і Менделєєва — Клапейрона; закони Шарля, Гей-Люссака, Бойля — Маріотта, Авогадро, Дальтона, — мабуть, такої кількості «іменних» законів немає в жодному розділі фізики. За кожним із них — копітка робота в лабораторіях, ретельні вимірювання, тривалі аналітичні міркування й точні розрахунки. Нам набагато простіше. Ми вже знаємо основні положення теорії, і «відкрити» всі вищезгадані закони нам не буде складно.

### 1 Рівняння стану ідеального газу

Тиск газу повністю визначається його температурою та концентрацією молекул:  $p = nkT$ . Запишемо це рівняння у вигляді  $pV = NkT$ . Якщо склад і маса газу відомі, число молекул газу можна знайти зі співвідношення

$$N = \frac{m}{M} N_A. \text{ Після підставлення маємо: } pV = \frac{m}{M} N_A kT (*).$$

Добуток числа Авогадро  $N_A$  на сталу Больцмана  $k$  називають **універсальною газовою сталою** ( $R$ ):  $R = N_A k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}$ ; отже:

$$R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$$

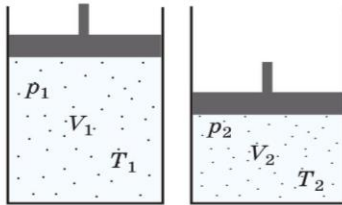


Рис. 30.1. До виведення рівняння Клапейрона

Замінивши в рівнянні (\*)  $N_A k$  на  $R$ , одержимо **рівняння стану ідеального газу (рівняння Менделєєва — Клапейрона\*)**:

$$pV = \frac{m}{M} RT, \text{ або } pV = \nu RT$$

*Зверніть увагу!* Стан даного газу деякої маси однозначно визначається двома його макроскопічними параметрами; значення третього параметра можна знайти з рівняння стану.

### 2 Рівняння Клапейрона

За допомогою рівняння Менделєєва — Клапейрона можна встановити зв'язок між макроскопічними параметрами газу у випадку його переходу з одного стану в інший. Нехай газ маси  $m$  і молярної маси  $M$  переходить зі стану  $(p_1, V_1, T_1)$  у стан  $(p_2, V_2, T_2)$  (рис. 30.1). Для кожного стану запишемо рівняння Менделєєва — Клапейрона:  $p_1 V_1 = \frac{m}{M} RT_1$ ;  $p_2 V_2 = \frac{m}{M} RT_2$ . Розділивши

обидві частини першого рівняння на  $T_1$ , а другого — на  $T_2$ , маємо:  $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{m}{M} R$ ;  $\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{m}{M} R$ .

Праві частини цих рівнянь є рівними; прирівнявши ліві частини, одержимо **рівняння Клапейрона**:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}, \text{ тобто } \frac{pV}{T} = \text{const}$$

Для даного газу деякої маси відношення добутку тиску на об'єм до температури газу є незмінним.

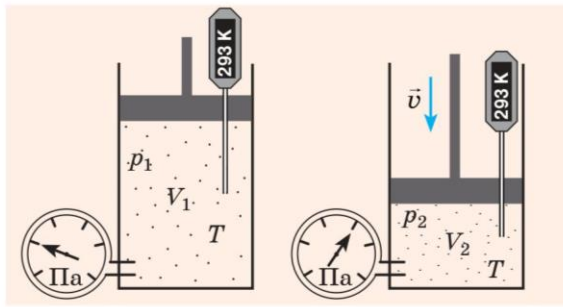
### 3 Ізопроеци

Процес, у ході якого один із макроскопічних параметрів даного газу деякої маси залишається незмінним, називають **ізопроециом**. Оскільки стан газу визначеної маси характеризується трьома макроскопічними параметрами, то можливих ізопроецив також три: процес, що відбувається за **незмінної температури**; процес, що відбувається за **незмінного тиску**; процес, що відбувається за **незмінного об'єму**. Розглянемо їх.

### 4 Який процес називають ізотермічним. Закон Бойля — Маріотта

Бульбашка повітря, піднімаючись із дна глибокої водойми, може збільшитися в об'ємі в кілька разів, при цьому тиск усередині бульбашки падає, адже внаслідок додаткового гідростатичного тиску води ( $p_{\text{гидр}} = \rho gh$ ) тиск на глибині більший, ніж атмосферний. Температура ж усередині бульбашки практично не змінюється. У цьому випадку маємо справу з процесом **ізотермічного розширення**.

\* Назване на честь російського хіміка й фізика Дмитра Івановича Менделєєва (1834–1907) і французького фізика Бенуа Поля Еміля Клапейрона (1799–1864).



**Рис. 30.2.** Ізотермічне стискування газу. Якщо повільно опускати поршень, температура газу під поршнем буде лишатися незмінною і дорівнюватиме температурі навколишнього середовища. Тиск газу при цьому буде збільшуватися

**Ізотермічний процес** — процес змінювання стану даного газу деякої маси, що відбувається за незмінної температури.

Нехай деякий газ переходить зі стану  $(p_1, V_1, T)$  у стан  $(p_2, V_2, T)$ , тобто температура газу залишається незмінною (рис. 30.2). Тоді згідно з рівнянням Клапейрона має місце рівність  $\frac{p_1 V_1}{T} = \frac{p_2 V_2}{T}$ . Після скорочення на  $T$  отримаємо:  $p_1 V_1 = p_2 V_2$ .

#### Закон Бойля — Маріотта\*:

Для даного газу деякої маси добуток тиску газу на його об'єм є незмінним, якщо температура газу не змінюється:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2, \text{ або } pV = \text{const} = \frac{m}{M} RT$$

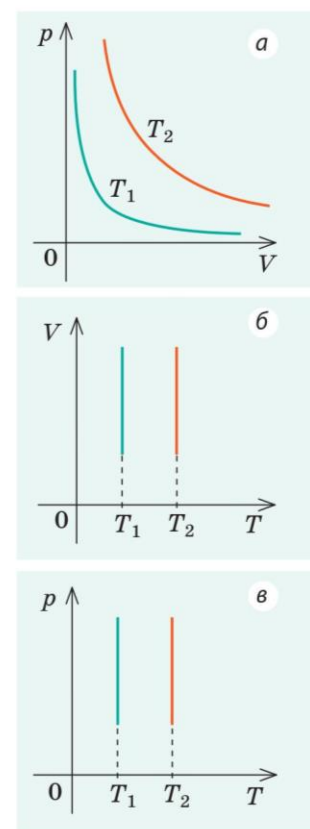
Графіки ізотермічних процесів називають **ізотермами**.

Як випливає із закону Бойля — Маріотта, за незмінної температури тиск газу даної маси обернено пропорційний його об'єму:  $p = \frac{\text{const}}{V}$ . Цю залежність у координатах  $p, V$  можна подати у вигляді гіперболи (рис. 30.3, а). Оскільки під час ізотермічного процесу температура газу є незмінною, то в координатах  $p, T$  і  $V, T$  ізотерми перпендикулярні до осі температур (рис. 30.3, б, в).

#### 5 Який процес називають ізобарним. Закон Гей-Люссака

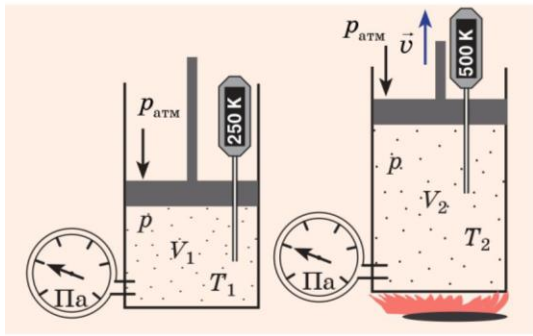
**Ізобарний процес** — процес змінювання стану даного газу деякої маси, що відбувається за незмінного тиску.

Нехай деякий газ переходить зі стану  $(p, V_1, T_1)$  у стан  $(p, V_2, T_2)$ , тобто тиск газу залишається



**Рис. 30.3.** Графіки ізотермічного процесу;  $T_1 < T_2$

\* Цей закон незалежно один від одного відкрили ірландський фізик і хімік *Роберт Бойль* (1627–1691) у 1662 р. і французький фізик *Едм Маріотт* (1620–1684) у 1676 р.



**Рис. 30.4.** Ізбарне розширення газу. Якщо газ перебуває під важким поршнем масою  $M$  і площею  $S$ , який може переміщуватися практично без тертя, то в разі збільшення температури об'єм газу буде збільшуватися, а тиск газу лишатиметься незмінним і дорівнюватиме  $p = p_{\text{атм}} + \frac{Mg}{S}$

незмінним (рис. 30.4). Тоді має місце рівність  $\frac{pV_1}{T_1} = \frac{pV_2}{T_2}$ .

Після скорочення на  $p$  одержимо:  $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ .

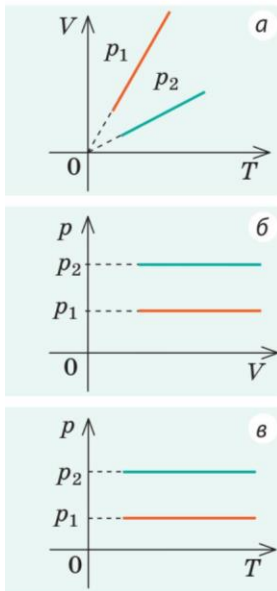
#### Закон Гей-Люссака\*:

Для даного газу деякої маси відношення об'єму газу до температури є незмінним, якщо тиск газу не змінюється:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \text{ або } \frac{V}{T} = \text{const} = \frac{m}{M} \cdot \frac{R}{p}$$

Графіки ізобарних процесів називають **ізобарами**.

Як випливає із закону Гей-Люссака, за незмінного тиску об'єм газу даної маси прямо пропорційний його температурі:  $V = \text{const} \cdot T$ . Графіком цієї залежності в координатах  $V, T$  є пряма, що проходить через початок координат (рис. 30.5, а). Із графіка бачимо, що з наближенням до абсолютного нуля об'єм ідеального газу має зменшитися до нуля. Зрозуміло, що це неможливо, оскільки реальні гази за низьких температур перетворюються на рідини. У координатах  $p, V$  і  $p, T$  ізобари перпендикулярні до осі тиску (рис. 30.5, б, в).



**Рис. 30.5.** Графіки ізобарного процесу. Чим більшим є тиск газу, за якого відбувається ізобарний процес ( $p_2 > p_1$ ), тим менший об'єм займає газ і тим нижче розташована ізобара

## 6 Ізохорний процес. Закон Шарля

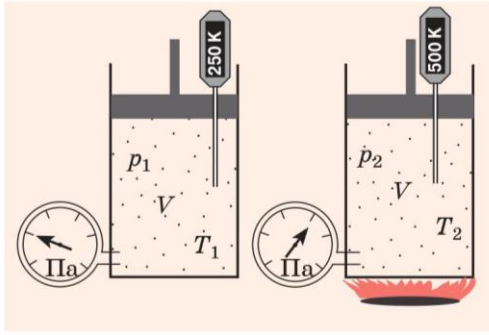
Якщо газовий балон сильно нагріється на сонці, то тиск у ньому підвищиться настільки, що балон може вибухнути. Тут маємо справу з *ізохорним нагріванням*.

**Ізохорний процес** — процес змінювання стану даного газу деякої маси, що відбувається за незмінного об'єму.

**?** Чи існує процес «ізохорне розширення»?

Нехай деякий газ переходить зі стану  $(p_1, V, T_1)$  у стан  $(p_2, V, T_2)$ , тобто об'єм газу не змінюється (рис. 30.6).

\* Цей закон експериментально встановив у 1802 р. французький фізик *Жозеф Луї Гей-Люссак* (1778–1850).



**Рис. 30.6.** Ізохорне нагрівання газу. Якщо газ перебуває в циліндрі під закріпленим поршнем, то зі збільшенням температури тиск газу теж збільшуватиметься. Дослід показує, що в будь-який момент часу відношення тиску газу до його температури буде незмінним:  $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$

У цьому випадку має місце рівність  $\frac{p_1 V}{T_1} = \frac{p_2 V}{T_2}$ . Після скорочення на  $V$  маємо:  $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ .

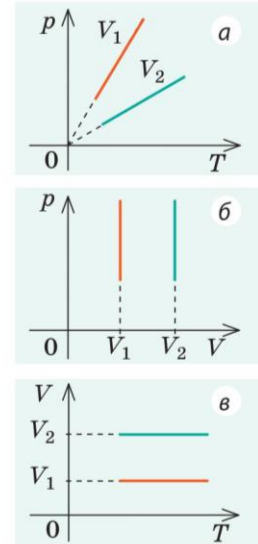
#### Закон Шарля\*:

Для даного газу деякої маси відношення тиску газу до його температури є незмінним, якщо об'єм газу не змінюється:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}, \text{ або } \frac{p}{T} = \text{const} = \frac{m}{M} \cdot \frac{R}{V}$$

Графіки ізохорних процесів називають **ізохорами**.

Із закону Шарля випливає, що за незмінного об'єму тиск газу даної маси прямо пропорційний його температурі:  $p = \text{const} \cdot T$ . Графіком цієї залежності в координатах  $p, T$  є пряма, що проходить через початок координат (рис. 30.7, а). У координатах  $p, V$  і  $V, T$  ізохори перпендикулярні до осі об'єму (рис. 30.7, б, в).



**Рис. 30.7.** Графіки ізохорного процесу: чим більшим є об'єм газу ( $V_2 > V_1$ ), тим менша концентрація цього газу і тим менший тиск він чинить

## 7 Учимся розв'язувати задачі

**Задача 1.** У вертикальній циліндричній посудині під легкорухомим поршнем міститься 2 моль гелію і 1 моль молекулярного водню. Температуру суміші збільшили у 2 рази, і весь водень розпався на атоми. У скільки разів збільшився об'єм суміші газів під поршнем?

Дано:

$$\nu(\text{H}_2) = 1 \text{ моль}$$

$$\nu(\text{He}) = 2 \text{ моль}$$

$$T_2 / T_1 = 2$$

$$V_2 / V_1 = ?$$

*Аналіз фізичної проблеми.* Суміш газів перебуває під легкорухомим поршнем, тому тиск суміші не змінюється:  $p_1 = p_2$ , але ми не можемо скористатися законом Бойля — Маріотта, адже в результаті дисоціації (розпаду) молярна маса і число молів водню збільшується у 2 рази:  $\nu(\text{H}) = 2\nu(\text{H}_2)$ .

*Розв'язання.* Скористаємося рівнянням стану ідеального газу:  $pV = \nu RT$ . Запишемо це рівняння для станів суміші газів до і після розпаду:  $p_1 V_1 = \nu_1 R T_1$  (1);  $p_2 V_2 = \nu_2 R T_2$  (2).

\* Цей закон установив у 1787 р. французький учений *Александр Сезар Шарль* (1746–1823).

Розділивши рівняння (2) на рівняння (1) і врахувавши, що  $p_1 = p_2$ , маємо:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{v_2}{v_1} \cdot \frac{T_2}{T_1}, \text{ де } v_1 = \nu(\text{H}_2) + \nu(\text{He}) = 1 \text{ моль} + 2 \text{ моль} = 3 \text{ моль};$$

$$v_2 = \nu(\text{H}) + \nu(\text{He}) = 2\nu(\text{H}_2) + \nu(\text{He}) = 2 \text{ моль} + 2 \text{ моль} = 4 \text{ моль}.$$

$$\text{Знайдемо значення шуканої величини: } \frac{V_2}{V_1} = \frac{4}{3} \cdot 2 = \frac{8}{3}.$$

Відповідь: у  $\frac{8}{3}$  разу.

**Задача 2.** На рис. 1 подано графік зміни стану ідеального газу незмінної маси в координатах  $V, T$ . Подайте графік цього процесу в координатах  $p, V$  і  $p, T$ .

*Розв'язання*

1. За графіком (рис. 1) з'ясуємо, який ізопроцес відповідає кожній його ділянці; знаючи закони, за якими відбуваються ці процеси, визначимо, як у ході ізопроцесів змінюються макроскопічні параметри газу.

Ділянка 1–2: ізотермічне розширення;  $T = \text{const}$ ,

$V \uparrow$ , отже, згідно із законом Бойля — Маріотта  $p \downarrow$ .

Ділянка 2–3: ізохорне нагрівання;  $V = \text{const}$ ,

$T \uparrow$ , отже, згідно із законом Шарля  $p \uparrow$ .

Ділянка 3–1: ізобарне охолодження;  $p = \text{const}$ ,

$T \downarrow$ , отже, згідно із законом Гей-Люссака  $V \downarrow$ .

2. Зважаючи на те, що точки 1 і 2 лежать на одній ізотермі, точки 1 і 3 — на одній ізобарі, а точки 2 і 3 на одній ізохорі, та використавши результати аналізу, побудуємо графік процесу в координатах  $p, V$  і  $p, T$  (рис. 2).

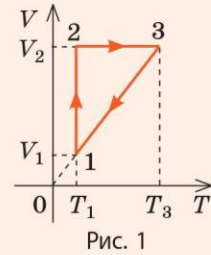


Рис. 1

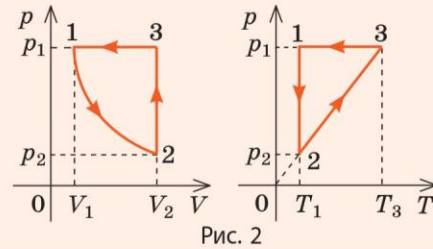


Рис. 2



### Підбиваємо підсумки

- Зі співвідношення  $p = nkT$  можна одержати низку дуже важливих законів, установлених свого часу експериментально.

- ♦ Рівняння стану ідеального газу (рівняння Менделєєва — Клапейрона):  $pV = \frac{m}{M}RT$ , де  $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$  — універсальна газова стала.

- ♦ Рівняння Клапейрона: для даної маси газу відношення добутку тиску на об'єм до температури газу є незмінним:  $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ , тобто  $\frac{pV}{T} = \text{const}$ .

- Ізопроцес — процес, під час якого один із макроскопічних параметрів деякої маси даного газу залишається незмінним.

Ізотермічний, $T = \text{const}$	Ізобарний, $p = \text{const}$	Ізохорний, $V = \text{const}$
Закон Бойля — Маріотта: $p_1 V_1 = p_2 V_2$	Закон Гей-Люссака: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$	Закон Шарля: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$



## Контрольні запитання

1. Які макроскопічні параметри пов'язує рівняння стану ідеального газу?
2. Дайте означення ізопроцесу. 3. Який процес називають ізотермічним? Сформулюйте закон, що характеризує цей процес. 4. Який процес називають ізобарним? Сформулюйте закон, що характеризує цей процес. Опишіть дослід, за допомогою якого можна встановити цей закон. 5. Який процес називають ізохорним? Сформулюйте закон, що характеризує цей процес. Опишіть дослід, за допомогою якого можна встановити цей закон.



## Вправа № 30

1. Як зміниться тиск газу, якщо його температуру збільшити у 2 рази, а об'єм зменшити в 4 рази?
2. Визначте глибину озера, якщо об'єм повітряної бульбашки за час підняття з дна озера на його поверхню збільшується в 3 рази. Атмосферний тиск вважайте нормальним, зміною температури повітря в бульбашці знехтуйте.
3. Перед поїздкою водій накачав шини автомобіля до тиску 2 атм. Під час поїздки температура повітря в шинах збільшилася від 17 до 37 °С. Яким став тиск у шинах наприкінці поїздки?
4. Зобразіть процеси, подані на графіках зміни стану ідеального газу (рис. 1), у координатах:  $V, T$  і  $p, T$  (рис. 1, а);  $p, V$  і  $p, T$  (рис. 1, б);  $V, T$  і  $p, V$  (рис. 1, в).
5. На рис. 2 подано графік зміни стану ідеального газу в координатах  $V, T$ . Чи змінюється тиск цього газу? Якщо змінюється, то як?

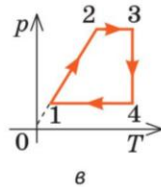
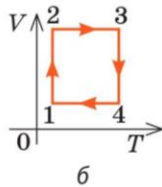
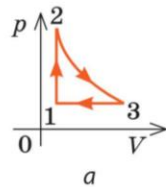


Рис. 1

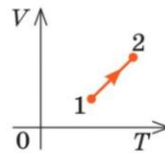


Рис. 2

6. Доведіть закон Авогадро\*: у рівних об'ємах газів за однакового тиску й однакової температури міститься однакове число молекул.
7. Доведіть закон Дальтона\*\*: тиск суміші газів, які не взаємодіють один із одним хімічно, дорівнює сумі парціальних тисків\*\*\* цих газів:  

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_m.$$



## Експериментальне завдання

Продумайте й проведіть низку дослідів, що підтверджують газові закони, із використанням паперового пакета з-під молока чи соку. Наприклад, якщо порожній пакет, що перебував за кімнатної температури, помістити в холодильник, об'єм повітря в пакеті значно зменшиться (рис. 3).



Рис. 3

\* Закон Авогадро був сформульований у 1811 р. італійським фізиком і хіміком Амедео Авогадро (1776–1856).

\*\* Закон Дальтона був сформульований у 1801 р. англійським фізиком і хіміком Джоном Дальтоном (1766–1844).

\*\*\* Парціальний тиск — тиск, який створював би газ, що входить до складу газової суміші, якби за тієї самої температури він один займав би об'єм, який займає суміш.